

L3-S5 - Economie & Gestion
Contrôle Continu n° 1 - Statistique & Probabilités
Durée 1h30 - Année universitaire 2023 - 2024

Recommandations : On accordera un soin tout particulier à la présentation et à la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe. **Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.**

Donner tous les résultats du calcul des probabilités en pourcentage et arrondis à 2 décimales.

Exercice 1 : (Barème de notation : chaque question est notée sur 1.25 pt = 5 pts)

Soient A et B deux événements non vides tels que $P(A) = \frac{1}{3}$ et $P(B) = \frac{1}{2}$

Calculer en **justifiant votre réponse**, les probabilités $P(A \cup B)$ et $P[(A - B) \cup (B - A)]$ dans chacun des cas suivants :

- 1) A et B sont des événements indépendants en probabilité.
- 2) L'événement A est inclus dans l'événement B.
- 3) A et B sont des événements incompatibles.
- 4) La probabilité $P(A/B) = \frac{1}{2}$.

***** °°° *****

Exercice 2 : (Barème de notation : chaque question est notée sur 1 pt = 5 pts)

Statistiquement un conducteur sur 1000 est en infraction au code de la route pour conduite en état d'ivresse. En France, il est interdit de conduire avec un taux d'alcool dans le sang supérieur ou égal à 0.5 g/l de sang ou 0.25 mg/l d'air expiré.

Un éthylotest de dépistage du taux d'alcool dans l'air expiré, est Positif si le conducteur est en Infraction, avec une fiabilité de 99%. Il y a une probabilité de 0.02% que le test soit Positif sachant que le conducteur ne soit pas en Infraction.

- 1) Quelle est la probabilité qu'un conducteur ne soit pas en infraction et testé négatif ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'un conducteur soit testé positif ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'un conducteur testé positif, soit réellement en infraction ?
- 4) Quelle est la probabilité qu'un conducteur testé positif, ne soit pas en infraction (faux-positif)?
- 5) Quelle est la probabilité qu'un conducteur testé négatif, soit quand même en infraction (faux-négatif)?

***** °°° *****

Exercice 3 : (Barème de notation : 1) 2 pts 2) 1.5 pt 3) 3 pts 4) 1.5 pt 5) 2 pts = 10 pts)

Soit X une variable aléatoire réelle de fonction de répartition F définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - (2x + 1)e^{-2x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1) Calculer les probabilités suivantes :

$$P(X > 2) ; P(1 < X \leq 2) ; P[(X > 1)/(X < 2)] ; P[(X > 1) - (X < 2)]$$

2) Déterminer la fonction f de densité de probabilité de X .

3) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de X .

4) Déterminer le mode de X .

5) On note Y la variable aléatoire réelle telle que $Y = e^{-2X}$, calculer la probabilité : $P(Y \leq \frac{1}{2})$

***** °°° *****