

L3-S5 - Economie & Gestion

Contrôle Continu n° 1 - Statistique & Probabilités

Durée 1h30 - Année universitaire 2025 - 2026

Recommandations : On accordera un soin tout particulier à la présentation et à la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe. **Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.**

Donner tous les résultats du calcul des probabilités en pourcentage et arrondis à 2 décimales.

Exercice 1 : (Barème de notation : chaque question est notée sur 1.25 pt = 5 pts)

Une pièce de précision est fabriquée par 2 machines A et B qui fonctionnent simultanément. Les machines A et B ont la même probabilité 10% de se dérégler en fabriquant cette pièce, qui est alors défectueuse. Les dérèglements des machines sont indépendants en probabilité.

- 1) Calculer la probabilité qu'une pièce fabriquée soit défectueuse.
- 2) Calculer les probabilités qu'il y ait 0, 1 ou 2 machines dérégées.
- 3) On sait que la pièce fabriquée est défectueuse, quelle est la probabilité pour que ce soit dû à une et une seule machine ? Aux deux machines ?

Un système de contrôle permet de déterminer avant la fabrication de la pièce si une machine est dérégulée ou non. Ce système se trompe avec une probabilité de 5% quand la machine est bien réglée et il se trompe encore avec une probabilité de 5% quand la machine est dérégulée. On note l'événement C^+ : "le contrôle est positif, cela indique que la machine est dérégulée".

- 4) Calculer la probabilité qu'une machine soit réellement dérégulée sachant que le système de contrôle l'indique comme dérégulée.

***** ○○○ *****

Exercice 2 : (Barème de notation : chaque question est notée sue 1 pt = 4 pts)

L'impression d'un journal peut contenir deux types d'erreurs, notées T : erreur de Typographie et O : erreur d'Orthographe. La probabilité d'avoir une erreur T est de 2%, la probabilité d'avoir une erreur O mais pas d'erreur T est de 1% et la probabilité d'avoir simultanément les deux erreurs T et O est de 5%.

- 1) Déterminer la probabilité de contenir l'erreur de type O.
- 2) Quelle est la probabilité de n'avoir ni l'erreur T ni l'erreur O ?
- 3) Les événements avoir l'erreur T et avoir l'erreur O sont-ils indépendants en probabilité ?
- 4) Calculer les probabilités suivantes :
 - la probabilité d'avoir l'erreur T sachant qu'on a l'erreur O.
 - la probabilité d'avoir l'erreur O sachant qu'on a pas l'erreur T.

Exercice 3 : (Barème de notation : 1) 1.5 pt 2) 1.5 pt 3) 1.5 pt 4) 3 pts 5) 2 pts 6) 1.5 pts = 11 pts)

On note X la variable aléatoire réelle dont la fonction densité de probabilité f est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} kx(2-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- 1) Quelle est la seule et unique valeur de la constante k pour que f soit une fonction densité de probabilité de X ?
- 2) Déterminer la fonction de répartition F de X.
- 3) Calculer les probabilités suivantes :

$$P[(1 < X \leq 2) \cup (X \leq 1)] ; P(|X + 1| \geq 1) ; P_{(X > 1)}((1 \leq X < 2) = P[(1 \leq X < 2)/(X > 1)].$$
- 4) Déterminer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de X.
- 5) Déterminer la médiane et le mode de X.
- 6) Déterminer la fonction de répartition notée G, associée à la variable aléatoire réelle $Y = 2 - X$.
