UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — Université Lumière Lyon 2

UNIVERSITÉ DE LYON

L3-S5 - Economie & Gestion

Statistique & Probabilités

Contrôle Continu n° 2

Durée 1h30 - Année Universitaire 2023 - 2024

Recommandations : *On accordera un soin tout particulier à la présentation et à la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe.* ***Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.***
Donner tous les résultats du calcul des probabilités en pourcentage et arrondis à 2 décimales.

Exercice 1 : **(Barème de notation : chaque question est notée sur 1.5 pt : 9 x 1.5 = 13.5 pts)**

• Le service des ressources humaines d'une entreprise du BTP - Bâtiment Travaux Publics veut étudier les accidents du travail de ses ouvriers. La variable aléatoire réelle X, associée au nombre d'accidents par jour est distribuée selon une loi binomiale $B(n\,;\,p)$, sachant que la probabilité $P(X=0)=10.74\%$.

1) Quelle est la probabilité d'avoir au plus un accident du travail au cours des 10 derniers jours ?

• Dans un groupe parlementaire de 20 député(e)s de l'assemblée nationale, 10 sont des député(e)s de la majorité présidentielle. On choisit, au hasard 5 de ces député(e)s pour faire partie d'une commission permanente des finances.

2) Quelle est la probabilité d'avoir 3 député(e)s de la majorité présidentielle ?

• Le service statistique d'une campagnie d'assurance veut modéliser la fréquence de ses sinistres automobiles. La variable aléatoire réelle X, associée au nombre de sinistres par mois enregistrés par cette campagnie, est distribuée selon une loi de Poisson $P(\lambda)$ bimodale telle que $P(X=0)=P(X=1)$. Les sinistres sont supposés indépendants.

3) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux sinistres au cours d'une année donnée ?

• Une personne dispose d'un trousseau de $n=10$ clés dont une seule ouvre la porte de son domicile, mais il ne sait plus laquelle. Dans l'obscurité et après chaque essai, la personne remet la clé dans le trousseau. On note X la variable aléatoire réelle associée au nombre d'essais nécessaires pour trouver la bonne clé.

4) Quelle est la probabilité de trouver la bonne clé au $5^{ème}$ essai ?

• Le marché du CAC 40 est l'indice boursier de la Bourse de Paris. La variable aléatoire réelle notée X, associée au cours en € du titre Michelin de l'indice CAC 40, est supposée normalement distribuée. Sur les 10 000 cotations du titre recencés dans une journée, 5 000 avaient un cours inférieur ou égal à 28 € et 668 supérieur à 31 €.

5) Déterminer les paramètres de cette loi de probabilité.

• Une entreprise lyonnaise fabrique des semi-conducteurs, dédiés à l'automobile. Le semi-conducteur passe par une chaine d'Assemblage puis par une chaine de Contrôle. Le temps de passage exprimé en minutes (mn), d'un semi-conducteur sur la chaine d'Assemblage est associé à une variable aléatoire réelle, notée A, qui suit une loi exponentielle d'espérance mathématique $E(A) = 5$. Le temps de passage sur la chaine de Contrôle est associé à une variable aléatoire réelle notée C, qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1;3]$. Les variables aléatoires réelles A et C sont indépendantes.

6) Quelle est la probabilité qu'un semi-conducteur passe entre 2 et 4 mns sur la chaine d'Assemblage ?

7) Quelle est la probabilité qu'un semi-conducteur passe plus de 2 mns sur la chaine de Contrôle ?

8) Quelle est la probabilité qu'un semi-conducteur passe plus de 3 mns sur la chaine d'Assemblage et moins de 2 mns sur la chaine de Contrôle ?

On note S la variable aléatoire réelle représentant le temps total de fabrication d'un semi-conducteur.

9) Exprimer S en fonction de A et C puis déterminer le temps moyen de fabrication d'un semi-conducteur par cette entreprise.

*************** °°° ***************

Exercice 2 : (Barème de notation : 1) 3 x 1.25 pt 2) 1.5 pt 3) 1.25 pt = 6.5 pts)

La capacité des ascenseurs est déterminée à partir de la masse d'une personne qui suit une loi normale de moyenne $m = 75$ kg et d'écart-type $\sigma = 5$ kg. Dans un ascenseur d'un immeuble, le nombre maximum de personnes est de 9. Un voyant lumineux rouge s'affiche lorsqu'il y a surpoids pour une masse supérieure à 700 kg, dans ce cas l'ascenseur ne démarre pas. Le poids de chaque personne est supposé indépendant du poids des autres personnes présentes dans l'ascenseur.

1) Quelle est la probabilité d'avoir un poids inférieur à 670 kg quand un groupe de 9 personnes monte dans l'ascenseur ? Compris entre 670 et 700 kg ? Plus de 670 kg sachant qu'il est inférieur à 700 kg ?

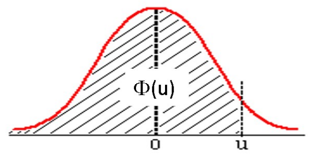
2) Dans moins de 5% des cas, le poids du groupe de 9 personnes dans l'ascenseur sera inférieur ou égal à quelle valeur ?

3) Calculer la probabilité qu'il y ait surpoids, quand un groupe de 9 personnes monte dans l'ascenseur.

*************** °°° ***************

UFR de Sciences Économiques et de Gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

Table de la loi Normale Centrée & Réduite : $U \to N(0\,;\,1)$



Fonction de répartition Φ : $\Phi(u) = P(U \leq u)$; $\Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	**0.89617**	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617 = 89.62\%$

$\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

*************** °°° ***************