

L3 - Economie & Gestion

Statistique Inférentielle

Contrôle Continu N°1 - Durée 1h30 - Année universitaire 2023 - 2024

Recommandations : Soigner la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe. **Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.**

Exercice 1 : (Barème de notation : a) 2 pts b) 1.5 pt c) 1.5 pt d) 2.5 pts e) 2.5 pts f) 2.5 pts = 12.5 pts)

L'année 2022 a été l'année la plus chaude jamais enregistrée en France depuis le début des relevés en 1900. Dans la continuité de 2022, l'année 2023 se classe au 2^{ème} rang des années les plus chaudes en France. La température en France en 2022 et 2023 est supposée normalement distribuée. On veut comparer les températures moyennes de ces deux années. Les données sont consignées dans le tableau suivant :

	Année	
	2022	2023
Température en France		
Nombre de relevés	20	25
Température moyenne observée (°C)	14.51	14.40
Ecart-type observé de la température (°C)	2.5	3

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la température moyenne en France-2022. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la température moyenne en 2022 est significativement différente de 15°C ?

b) Déterminer le nombre de prélèvements nécessaires pour estimer la température moyenne en France-2022 avec une marge d'erreur d'au plus égale à 0.40°C et un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

c) Quel est le niveau de confiance que l'on attribue à cet intervalle $[13.07^\circ\text{C}; 15.73^\circ\text{C}]$ bilatéral symétrique de la température moyenne en France-2023, obtenu à partir d'un échantillon de taille 25 prélèvements ?

d) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la variance de la température en France-2023. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'écart-type de la température en France en 2023 est significativement différente de 4.5°C ?

e) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les variances des températures en France en 2022 et 2023 sont différentes ?

f) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les températures moyennes en France en 2022 et 2023 sont différentes ?

***** ○○○ *****

Exercice 2 : (Barème de notation : a) 2.5 pts b) 1.5 pt c) 1.5 pt d) 2 pts = 7.5 pts)

L'électricité décarbonée est une électricité produite à partir d'énergie primaire non-fossile. Elle est d'origine renouvelable ou nucléaire. Cette électricité a l'avantage de ne pas ou peu émettre de dioxyde de carbone (CO₂). On veut comparer les parts des Energies Renouvelables (EnR) de la France et de l'Allemagne, dans la consommation brute d'électricité en 2021. En croissance régulière depuis plusieurs années, la part des EnR dans l'ensemble de l'Union Européenne à 27 pays (UE-27) est de 21.80%.

EnR 2021	France	Allemagne
Nombre de relevés	40	40
Part des EnR	19.30%	41.00%

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la part des EnR en France-2021. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la part des EnR en France est significativement différente de celle de l'UE-27 en 2021 ?

b) Déterminer la taille d'échantillon requise pour estimer la part des EnR en France-2021 avec une marge d'erreur au plus égale à 8%, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

c) Quel est le niveau de confiance que l'on attribue à cet intervalle [22.91% ; 59.09%] bilatéral symétrique de la part des EnR en Allemagne-2021, obtenu à partir d'un échantillon de taille 40 ?

d) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les parts d'EnR en 2021 de France et d'Allemagne sont différentes ?

***** ○○○ *****

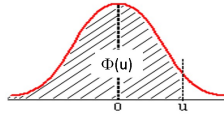


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \rightarrow N(0;1)$

Φ : Fonction de répartition : $\Phi(u) = P(U \leq u)$; $\Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617$; $\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

***** ○○○ *****

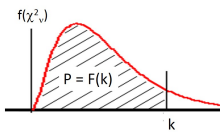


Table de la loi du $\chi^2_{v.d.l.}$ Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_v \leq k)$

v P	0.010	0.020	0.025	0.050	0.100	0.150	0.200	0.800	0.900	0.950	0.975	0.980	0.990
4	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	1,366	1,649	5,989	7,779	9,488	11,143	11,668	13,277
24	10,856	11,992	12,401	13,848	15,659	16,969	18,062	29,553	33,196	36,415	39,364	40,270	42,980
25	11,524	12,697	13,120	14,611	16,473	17,818	18,940	30,675	34,382	37,652	40,646	41,566	44,314
48	28,177	30,080	30,755	33,098	35,949	37,965	39,621	55,993	60,907	65,171	69,023	70,197	73,683
50	29,707	31,664	32,357	34,764	37,689	39,754	41,449	58,164	63,167	67,505	71,420	72,613	76,154
52	31,246	33,256	33,968	36,437	39,433	41,547	43,281	60,332	65,422	69,832	73,810	75,021	78,616

Exemples : $v = 50$ d.d.l. $F(k) = P(\chi^2_{50} \leq k) = 0.95 \Rightarrow k = 67.505$

$k = 71.420 \Rightarrow F(71.420) = P(\chi^2_{50} \leq 71.420) = 0.975$

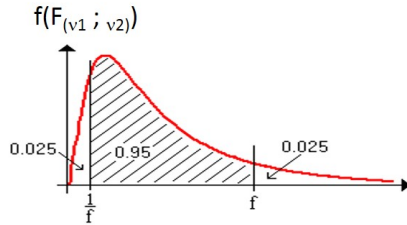


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(v_1; v_2)$ ayant la probabilité 2.5% d'être dépassée.

v_1 : degrés de liberté du numérateur v_2 : degrés de liberté du dénominateur

Fonction de répartition : $F(f) = P(F(v_1, v_2) \leq f) = 97.50\%$

$v_2 \ v_1$	15	18	19	20	21	24	25
15	2,862	2,792	2,773	2,756	2,740	2,701	2,689
18	2,667	2,596	2,576	2,559	2,543	2,503	2,491
19	2,617	2,546	2,526	2,509	2,493	2,452	2,441
20	2,573	2,501	2,482	2,464	2,448	2,408	2,396
21	2,534	2,462	2,442	2,425	2,409	2,368	2,356
24	2,437	2,365	2,345	2,327	2,311	2,269	2,257
25	2,411	2,338	2,318	2,300	2,284	2,242	2,230

Exemples : $v_1 = 15$ et $v_2 = 19$: $P(F_{97.5\%}; 15; 19 \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 2.62$

$$P(F_{2.5\%}; 15; 19 \leq f') = 0.025$$

$$P(F_{97.5\%}; 19; 15 \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 2.77 \Rightarrow f' = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.77} = 0.361$$

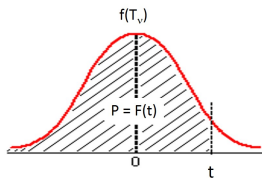


Table de la loi de Student - Fractiles de la loi de Student à v degrés de liberté

Valeur du fractile t - Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_v \leq t)$.

$v \ P$	0,9350	0,9400	0,9450	0,9500	0,9550	0,9600	0,9650	0,9700	0,9750	0,980	0,985	0,9900	0,9950
10	1,650	1,700	1,754	1,812	1,877	1,948	2,028	2,120	2,228	2,359	2,527	2,764	3,169
19	1,583	1,628	1,677	1,729	1,786	1,850	1,920	2,000	2,093	2,205	2,346	2,539	2,861
20	1,579	1,624	1,672	1,725	1,782	1,844	1,914	1,994	2,086	2,197	2,336	2,528	2,845
24	1,568	1,612	1,660	1,711	1,767	1,828	1,896	1,974	2,064	2,172	2,307	2,492	2,797
25	1,566	1,610	1,657	1,708	1,764	1,825	1,893	1,970	2,060	2,167	2,301	2,485	2,787
40	1,546	1,589	1,635	1,684	1,737	1,796	1,862	1,936	2,021	2,123	2,250	2,423	2,704
43	1,544	1,586	1,632	1,681	1,734	1,793	1,858	1,932	2,017	2,118	2,244	2,416	2,695
48	1,541	1,583	1,628	1,677	1,730	1,789	1,853	1,926	2,011	2,111	2,237	2,407	2,682
49	1,540	1,582	1,628	1,677	1,730	1,788	1,852	1,925	2,010	2,110	2,235	2,405	2,680
50	1,539	1,582	1,627	1,676	1,729	1,787	1,852	1,924	2,009	2,109	2,234	2,403	2,678

Exemple : $v = 40$ d.d.l. $P(T_{40} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.021$ et $P(T_{40} \leq t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.021$
