

L3 - Economie & Gestion

Statistique Inférentielle

Contrôle Continu N°1 - Durée 1h30

Année universitaire 2024 - 2025

Recommandations : Soigner la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe. **Aucun document n'est permis.** Les machines à calculer non programmables sont autorisées. **Donnez tous les résultats des calculs numériques avec 2 chiffres après la virgule.** Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.

Exercice 1 : (Barème de notation : a) 2 pts b) 1.5 pt c) 1.5 pt d) 2 pts e) 2 pts f) 2 pts = 11 pts)

Un artisan est un professionnel qui exerce une activité manuelle artisanale. Un auto-entrepreneur est un travailleur indépendant en Entreprise Individuelle (EI) qui bénéficie de démarches de création simplifiées, d'un régime fiscal et social plus avantageux et d'une comptabilité allégée. On veut comparer les salaires nets mensuels des artisans et des auto-entrepreneurs dans le secteur du bâtiment et des travaux publics. Les données sont consignées dans le tableau suivant :

Statut	Secteur du bâtiment	
	Artisan (A)	Auto-entrepreneur (AE)
Nombre de relevés	61	51
Salaires mensuel net moyen observé (€)	1560	880
Ecart-type observé du salaire mensuel net (€)	8	10

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ du salaire mensuel net moyen des auto-entrepreneurs. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que salaire mensuel net moyen d'un auto-entrepreneur est significativement différente de 900 € ?

b) Déterminer la taille d'échantillon requise pour estimer le salaire mensuel net moyen d'un auto-entrepreneur avec une marge d'erreur d'au plus égale à 2 € et un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

c) Quel est le niveau de confiance que l'on attribue à cet intervalle de confiance [1558.02 € ; 1561.98 €] bilatéral symétrique du salaire mensuel net moyen d'un artisan, obtenu à partir d'un échantillon de taille 61 artisans ?

d) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la variance du salaire mensuel net moyen d'un artisan. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'écart-type du salaire mensuel net moyen d'un artisan est significativement différente de 9 € ?

e) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les variances des salaires nets moyens des artisans et des auto-entrepreneurs sont égales ?

f) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les salaires nets moyens des artisans et des auto-entrepreneurs sont différents ?

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 2 : (Barème de notation : a) 2 pts b) 1.5 pt c) 1.5 pt d) 1.5 pt e) 2.5 pts = 9 pts)

La Commission Mixte Paritaire (CMP) est une commission composée de 7 députés et 7 sénateurs. Elle est chargée de trouver un compromis entre l'Assemblée Nationale et le Sénat en cas de désaccord persistant entre ces deux assemblées. Cette commission s'est réunie pour proposer un texte commun sur le projet de loi de finances 2025. Les 7 députés de la CMP ont été choisis à partir d'un échantillon de 35 députés prélevés parmi les 577 de l'Assemblée Nationale et les 7 sénateurs de la CMP ont été choisis à partir d'un échantillon de 40 sénateurs parmi les 348 du sénat.

Groupe	Assemblée Nationale 577 Députés (D)	Sénat 348 Sénateurs (D)
Taille de l'échantillon prélevé	35	40
Composition de la CMP	7	7

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la proportion de sénateurs de la CMP. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que cette proportion est significativement différente de 29% ?

b) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la proportion de députés de la CMP. Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que cette proportion est significativement différente de 30% ?

c) Déterminer la taille d'échantillon requise pour estimer la proportion de députés de la commission mixte paritaire, avec une marge d'erreur au plus égale à 8%, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

d) Quel est le niveau de confiance que l'on attribue à cet intervalle de confiance [7.28% ; 32.72%] bilatéral symétrique de la proportion de députés de la CMP, obtenu à partir d'un échantillon de taille 35 ?

e) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les proportions de députés et de sénateurs de la CMP sont différentes ?

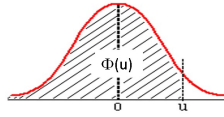


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \rightarrow N(0;1)$

Φ : Fonction de répartition : $\Phi(u) = P(U \leq u)$; $\Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617$; $\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

***** ○○○ *****

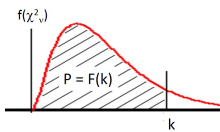


Table de la loi du $\chi^2_{v.d.l.}$ Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_v \leq k)$

v P	0,010	0,020	0,025	0,050	0,100	0,150	0,200	0,800	0,900	0,950	0,975	0,980	0,990
40	22,164	23,838	24,433	26,509	29,051	30,856	32,345	47,269	51,805	55,758	59,342	60,436	63,691
49	28,941	30,871	31,555	33,930	36,818	38,859	40,534	57,079	62,038	66,339	70,222	71,406	74,919
50	29,707	31,664	32,357	34,764	37,689	39,754	41,449	58,164	63,167	67,505	71,420	72,613	76,154
51	30,475	32,459	33,162	35,600	38,560	40,650	42,365	59,248	64,295	68,669	72,616	73,818	77,386
59	36,698	38,888	39,662	42,339	45,577	47,854	49,718	67,894	73,279	77,931	82,117	83,391	87,166
60	37,485	39,699	40,482	43,188	46,459	48,759	50,641	68,972	74,397	79,082	83,298	84,580	88,379
61	38,273	40,512	41,303	44,038	47,342	49,664	51,564	70,049	75,514	80,232	84,476	85,767	89,591

Exemples : $v = 50$ d.d.l. $F(k) = P(\chi^2_{50} \leq k) = 0.95 \Rightarrow k = 67.505$

$k = 71.420 \Rightarrow F(71.420) = P(\chi^2_{50} \leq 71.420) = 0.975$

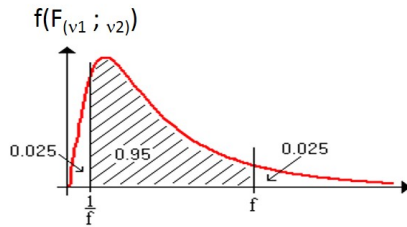


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(v_1; v_2)$ ayant la probabilité 2.5% d'être dépassée.

v_1 : degrés de liberté du numérateur v_2 : degrés de liberté du dénominateur

Fonction de répartition : $F(f) = P(F(v_1, v_2) \leq f) = 97.50\%$

$v_2 \ v_1$	40	49	50	51	59	60
40	1,875	1,836	1,832	1,829	1,805	1,803
49	1,803	1,762	1,759	1,755	1,730	1,728
50	1,796	1,756	1,752	1,748	1,724	1,721
51	1,790	1,749	1,746	1,742	1,717	1,715
59	1,748	1,707	1,703	1,699	1,674	1,671
60	1,744	1,702	1,699	1,695	1,670	1,667
61	1,740	1,698	1,694	1,690	1,665	1,662

Exemples : $v_1 = 40$ et $v_2 = 50$: $P(F_{97.5\% ; 40 ; 50} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 1,796$

$$P(F_{2.5\% ; 40 ; 50} \leq f') = 0.025$$

$$P(F_{97.5\% ; 50 ; 40} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 1,832 \Rightarrow f' = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,832} = 0.546$$

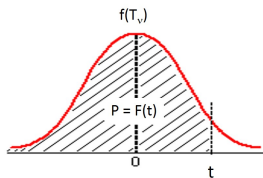


Table de la loi de Student - Fractiles de la loi de Student à v degrés de liberté

Valeur du fractile t - Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_v \leq t)$.

$v \ P$	0,9350	0,9400	0,9450	0,9500	0,9550	0,9600	0,9650	0,9700	0,9750	0,980	0,985	0,9900	0,9950
40	1,546	1,589	1,635	1,684	1,737	1,796	1,862	1,936	2,021	2,123	2,250	2,423	2,704
49	1,540	1,582	1,628	1,677	1,730	1,788	1,852	1,925	2,010	2,110	2,235	2,405	2,680
50	1,539	1,582	1,627	1,676	1,729	1,787	1,852	1,924	2,009	2,109	2,234	2,403	2,678
51	1,539	1,581	1,627	1,675	1,728	1,786	1,851	1,924	2,008	2,108	2,233	2,402	2,676
59	1,536	1,578	1,623	1,671	1,724	1,781	1,845	1,918	2,001	2,100	2,224	2,391	2,662
60	1,535	1,577	1,622	1,671	1,723	1,781	1,845	1,917	2,000	2,099	2,223	2,390	2,660
61	1,535	1,577	1,622	1,670	1,723	1,780	1,844	1,916	2,000	2,099	2,222	2,389	2,659

Exemple : $v = 40$ d.d.l. $P(T_{40} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.021$ et $P(T_{40} \leq t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.021$
