

L3 - Economie & Gestion

Statistique Inférentielle - Contrôle Continu n°2

Durée 1h30 - Année universitaire 2023 - 2024

Recommandations : Soigner la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe. **Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.**

Exercice 1 : (Barème de notation : a) 1 pts b) 1.5 pt c) 3 pts d) 2 pts e) 2.5 pts = 10 pts)

Ci-dessous, la répartition d'un échantillon de 250 voitures vendues en 2023 par un concessionnaire automobile Lyonnais, selon la catégorie (Tourisme, Utilitaire) et le type de motorisation (Thermique, Hybride, Electrique) de la voiture.

Type Moteur	Catégorie de voiture		Total
	Tourisme	Utilitaire	
Thermique	60	50	110
Hybride	50	10	60
Electrique	60	20	80
Total	170	80	250

a) Déterminer puis reporter dans votre copie les proportions suivantes :

- 1- ...,...% des voitures vendues sont de type Electrique.
- 2- ...,...% des voitures vendues sont des Utilitaires Hybrides.
- 3- ...,...% des voitures Electriques sont des voitures de catégorie Tourisme.
- 4- ...,...% des voitures Utilitaires sont des voitures de type Thermique.

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la proportion de voitures électriques vendues est inférieure à 35% ?

c) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, qu'il y a un lien significatif entre le type de motorisation et la catégorie des voitures vendues par le concessionnaire en 2023 ?

Le responsable des ventes a émis l'hypothèse selon laquelle la concession a vendu plus de voitures Electriques de Tourisme que de voitures Hybrides de Tourisme.

d) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'hypothèse émise par le responsable des ventes est vraie ?

On a relevé un échantillon de 220 voitures du constructeur Renault vendues par le concessionnaire en 2023 selon les types de motorisations. Les ventes sont consignées le tableau ci-dessous :

Motorisation	Essence	Diesel	Hybride	Electrique	Total
Nombre de voitures vendues	55	45	70	50	220

e) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, l'hypothèse statistique selon laquelle les voitures Renault ont été vendues d'une façon uniforme selon les 4 motorisations ?

***** °°° *****

Exercice 2 : (Barème de notation : a) 1.5 pt b) 1.5 pt c) 2 pts d) 2.5 pts e) 2.5 pts = 10 pts)

L'autonomie de la batterie est l'une des caractéristiques majeures des voitures électriques. La batterie nouvelle génération à haute tension possède une plus grande capacité et bénéficie d'une nouvelle composition chimique. Cette technologique de batterie équipe déjà les berlines Renault-Mégane et Peugeot-308. Les autonomies en kilomètres parcourus par les deux voitures avec cette nouvelle batterie sont données dans le tableau ci-dessous.

Type de voiture E-Tech 100% Electrique	Renault Mégane	Peugeot 308
Nombre de voitures	35	35
Autonomie moyenne observée (Km)	470	465
Ecart-type observé de l'autonomie (Km)	5	4

a) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'autonomie moyenne de la Renault-Mégane est inférieure à 500 Km?

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'écart-type de l'autonomie de la Peugeot 308 est inférieur à 5 Km?

c) Peut-on affirmer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'autonomie moyenne de la Renault Mégane est supérieure à celle de la Peugeot 308 ?

On a relevé les autonomies avec cette batterie nouvelle génération, de Renault-Mégane et de Peugeot-308. Les autonomies observées sont données dans le tableau suivant :

Autonomie (Km) de la Renault Mégane	448	430	455	410	460	470	465	480
Autonomie (Km) de la Peugeot 308	450	450	453	465	458	450	455	490

d) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les distributions des autonomies des deux voitures électriques sont significativement différentes ?

Une voiture hybride combine deux types de motorisation : une motorisation thermique Essence et une motorisation Electrique. On a relevé les autonomies Essence et Electrique de 9 Renault Mégane hybrides sur un trajet de 100 km.

Renault Mégane Hybride	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Autonomie Essence (Km)	80	75	50	40	70	45	60	55	60
Autonomie Electrique (Km)	20	25	50	60	30	55	40	45	40

e) Peut-on conclure, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ qu'il y a une différence significative entre les deux autonomies Essence et Electrique ?

***** °°° *****

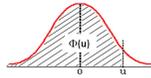


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \rightarrow N(0;1)$

Φ : Fonction de répartition : $\Phi(u) = P(U \leq u)$; $\Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.70540	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9610	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617$; $\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

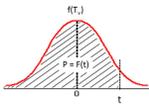


Table de la loi de Student - Fractiles de la loi de Student à ν degrés de liberté

Valeur du fractile t - Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_\nu \leq t)$.

ν	P	0,935	0,94	0,945	0,95	0,955	0,96	0,965	0,97	0,975	0,98	0,985	0,99	0,995
10		1,650	1,700	1,754	1,812	1,877	1,948	2,028	2,120	2,228	2,359	2,527	2,764	3,169
19		1,583	1,628	1,677	1,729	1,786	1,850	1,920	2,000	2,093	2,205	2,346	2,539	2,861
20		1,579	1,624	1,672	1,725	1,782	1,844	1,914	1,994	2,086	2,197	2,336	2,528	2,845
24		1,568	1,612	1,660	1,711	1,767	1,828	1,896	1,974	2,064	2,172	2,307	2,492	2,797
25		1,566	1,610	1,657	1,708	1,764	1,825	1,893	1,970	2,060	2,167	2,301	2,485	2,787
34		1,552	1,595	1,641	1,691	1,745	1,805	1,871	1,946	2,032	2,136	2,265	2,441	2,728
35		1,551	1,594	1,640	1,690	1,744	1,803	1,869	1,944	2,030	2,133	2,262	2,438	2,724
40		1,546	1,589	1,635	1,684	1,737	1,796	1,862	1,936	2,021	2,123	2,250	2,423	2,704

Exemple : $\nu = 10$ d.d.l. $P(T_{10} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.228$ et $P(T_{17} \leq -t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.110$

Table de Wilcoxon - Echantillons indépendants

Test bilatéral			Tests Unilatéraux		
m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$	m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
6	0	*	6	2	*
7	2	*	7	2	*
8	3	0	8	5	*
9	5	1	9	8	2
10	8	3	10	10	4
11	10	5	11	13	7
12	13	9	12	17	9
13	17	9	13	21	12

Test unilatéral
"risque à gauche"

$\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} < 0. \end{cases}$
Rejet de H_0 si $W_x \leq w^*$

Test bilatéral

$\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} \neq 0. \end{cases}$
Rejet de H_0 si $W_x \leq w^*$

Test unilatéral

"risque à droite"
 $\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} > 0. \end{cases}$
Rejet de H_0 si $W_x > w^*$

***** °°° *****

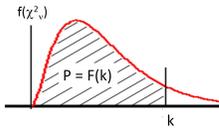


Table de la loi du $\chi^2_{v, d.d.l.}$. Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_v \leq k)$

v \ P	0.010	0.020	0.025	0.050	0.100	0.150	0.200	0.800	0.900	0.950	0.975	0.980	0.990
1	0.000	0.001	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.64
2	0.020	0.040	0.051	0.103	0.211	0.325	0.446	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.21
3	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	0.798	1.005	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.35
4	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.366	1.649	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.28
5	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	1,994	2,343	7,289	9,236	11,070	12,833	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	2,661	3,070	8,558	10,645	12,592	14,449	15,033	16,812
7	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	3,358	3,822	9,803	12,017	14,067	16,013	16,622	18,475
8	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	4,078	4,594	11,030	13,362	15,507	17,535	18,168	20,090
34	17,789	19,275	19,806	21,664	23,952	25,586	26,938	40,676	44,903	48,602	51,966	52,995	56,061
35	18,509	20,027	20,569	22,465	24,797	26,460	27,836	41,778	46,059	49,802	53,203	54,244	57,342

Exemples : $v = 2$ d.d.l. $F(k) = P(\chi^2_2 \leq k) = 0.95 \Rightarrow k = 5.991$
 $k = 7.378 \Rightarrow F(7.378) = P(\chi^2_2 \leq 7.378) = 0.975$

***** ○○○ *****

Valeurs critiques du T de Wilcoxon - Echantillons appariés.

α	10%	5%	2.0%	1.0%
n				
6	2	0		
7	2	2		
8	5	3		0
9	8	5	2	1
10	10	8	4	3
11	13	10	7	5
12	17	13	9	9
13	21	17	12	9

n : nombre de différences non nulles

α : Niveau de signification (test bilatéral)

Hypothèses statistiques : Test bilatéral symétrique

H_0 : les échantillons ont des distributions identiques

H_1 : les échantillons ont des distributions différentes.

Exemple : $n = 12$, $\alpha = 5\%$ Test bilatéral

Rejet de H_0 si : $T = \min(T^+, T^-) \leq T_{\alpha^*} = 13$

***** ○○○ *****