Corrigé du test 1 :
Auto-Evaluation des Connaissances

Barème de notation : Mauvaise réponse = - 1 pt, Pas de réponse = 0 pt, Bonne réponse = + 1 pt

Questions AEC1 : Lecture des tables statistiques et calcul de probabilités.

« Choisir »

X suit une loi normale de moyenne 3 et de variance 4 : $X \to N(m = 3\ ;\ \sigma^2 = 2^2)$		
1) La probabilité $P(\mid X \mid \leq 1) = 13.59\%$		V
2) Le fractile x_1 tel que $P(X > x_1) = 80\%$: $x_1 = 1.31$		V
Y suit une loi de Student à $\nu = 12$ degrés de liberté : $Y \to T_{12\ d.d.l.}$		
3) La probabilité $P(Y > 2.0764) = 3\%$		V
4) La probabilité $P(-1.912 \leq Y \leq 2.681) = 95\%$.		V
5) La probabilité $P(Y = 1.9123) = 96\%$ Faux, Y est une variable aléatoire continue, la probabilité en un point est. pratiquement nulle : $P(Y = 1.9123) \approx 0$. $F(1.9123) = P(Y \leq 1.9123) = 96\%$	F	
Z suit une loi du Khi-deux à 10 degrés de liberté : $Z \to \chi^2_{10\ d.d.l.}$		
6) Les fractiles z_1 et z_2 tels que $P(z_1 \leq Z \leq z_2) = 98\%$: $z_1 = 2.558$; $z_2 = 21.161$ Faux, le fractile $z_2 = 23.21$	F	
7) La probabilité $P(-1 \leq Z \leq 13.442) = 80\%$.		V
8) La probabilité $F(-3.94) = P(Z \leq -3.94) = 1 - F(3.94)$ Faux, $F(-3.94) = P(Z \leq -3.94) = 0$, sa fonction densité $f(z) = 0$ si $z \leq 0$. De plus, la loi du khi-deux n'est pas symétrique.	F	
9) Plus le nombre de degrés de liberté diminue, plus la loi de Student tend à s'approcher de la loi normale centrée réduite. Faux, plus le nombre de degrés de liberté ν augmente, plus n augmente et plus la loi de Student va tendre vers la loi normale centrée réduite.	F	
10) W suit une distribution binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0.5$. La probabilité approchée de $P(W \leq 60) = 98.21\%$.		V

Questions AEC2 : Le directeur d'un grand magasin a affirmé que 14% de ses clients sont influencés par la marque lors de l'achat d'un produit. Selon une étude sur le comportement d'achat des clients, 20% sont influencés par la marque. Le responsable du service client a interrogé 100 clients du magasin choisis au hasard afin de connaître leur comportement sur ce sujet.

		« Choisir »
1) La probabilité pour qu'au moins 25% des clients interrogés se déclarent influencés par la marque du produit : 10.57% Faux, $X \to B(n = 100\ ;\ p = 0,20) \approx N(m = E(X) = np = 20; \sigma^2 = V(X) = npq = 4^2)$. Conditions d'approximation vérifiées. $P(X \geq 25) = 1 - P(X < 25) \approx_{C.C} 1 - P(X \leq 24.5) = 1 - P(U \leq \frac{24.5-20}{4}) = 1 - \Phi(1,125) = 13.03\%$	F	
2) Intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la proportion p de consommateurs influencés par la marque du produit : $p \in [12.16\%\ ;\ 27.84\%]$		V
3) Plus on augmente le risque d'erreur associé à l'intervalle de confiance de la proportion, plus sa marge d'erreur augmente. Faux, plus α augmente, plus $1 - \alpha$ diminue et plus la marge diminue : $E = u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\widehat{pq}}{n}}$.	F	
4) Peut-on considérer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$ que l'affirmation du directeur du magasin est vraie ?		V
5) Le nombre n^* de clients à interroger pour estimer, avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, la proportion p de consommateurs influencés par la marque de sorte que la marge d'erreur dans l'estimation n'excède pas 1.96% : $n^* = 400$ Faux, on a divisé la marge E par 4, il faut donc multiplier la taille de l'échantillon n par $4^2 = 16$. $n^* = 16 \times n = 1600$ clients à interroger.	F	
6) Le risque d'erreur que l'on peut attribuer à cet intervalle de confiance $p \in [10\%\ ;\ 30\%]$ de la proportion p de clients influencés par la marque, obtenu à partir de l'échantillon de taille $n = 100$ clients : 1.24%		V
7) Lorsque, pour une marge d'erreur donnée, on doit déterminer la taille d'échantillon pour estimer p, et ceci sans aucune valeur approximative de p, on la fixe à 50%.		V
8) Peut-on considérer cet intervalle [2.47% ; 37.53%] obtenu à partir d'une échantillon de taille $n^* = 20$ clients, comme un intervalle de confiance de niveau 95% de la proportion p de consommateurs influencés par la marque ? Faux, un intervalle de confiance d'une proportion ne peut être établi que si est grand ($n > 30$) : approximation d'une loi binomiale par une loi normale (Théorème Central Limite).	F	
9) Pour considérer que la distribution de la proportion d'échantillon soit approximativement normale, il faut que les trois conditions suivantes soient remplies : $n \geq 30$ et $n\widehat{p} \geq 5$ et $n\widehat{q} \geq 5$.		V
10) Lorsqu'on utilise $\widehat{p}$ comme estimation ponctuelle de p, alors, pour un niveau de confiance $1 - \alpha$, la marge d'erreur dans l'estimation de p sera au plus égale à $t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\widehat{pq}}{n}}$, où $t_{\frac{\alpha}{2}}$ désigne le fractile de la loi de Student à ν degrés de liberté. Faux, la statistique de test d'une proportion suit toujours une loi normale. Il faut donc utiliser le fractile $u_{\frac{\alpha}{2}}$ de la loi normale et non le fractile $t_{\frac{\alpha}{2}}$ de la loi de Student.	F	

Questions AEC3 : On a relevé les prix du KWh d'électricité dite verte, produite par une source d'énergie renouvelable de type éolienne. Sur 61 relevés, on a observé un prix moyen empirique de 0.220 € avec un écart-type empirique du prix de 0.020 €. Le prix du KWh d'électricité nucléaire d'un groupe industriel énergétique français est de 0.180 € le KWh.

« Choisir »

1) L'estimation ponctuelle de la variance σ^2 du prix d'électricité est la variance corrigée dans l'échantillon. Faux, dans le cas où la moyenne est connue, c'est la variance empirique s^2_{61} qui est une estimation ponctuelle de σ^2 et non la variance corrigée dans l'échantillon s^{*2}_{61}.	F	
2) Dans ce cas, on doit appliquer le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1}$ à la variance de l'estimateur du prix moyen de l'électricité. Faux, il s'agit là d'un tirage considéré comme non-exhaustif, la taille de population N est inconnue, elle est donc supposée très grande. On ne doit donc pas appliquer le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1}$ à la variance de l'estimateur. Le taux de sondage $\frac{n}{N}$ serait très faible et le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1} \approx 1$.	F	
3) L'intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ du prix moyen m d'électricité verte : $m \in [0.215\ ;\ 0.225]$		V
4) Peut-on considérer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$ que le prix moyen de l'électricité nuléaire est significativement différent de celui de l'électricité verte ?		V
5) Pour le même niveau de confiance et le même écart-type, plus la marge d'erreur requise est faible, plus la taille d'échantillon sera faible.	F	
6) Le risque d'erreur α que l'on peut attribuer à l'intervalle de confiance $[0.214\ ;\ 0.226]$ du prix moyen m d'électricité verte obtenu à partir de l'échantillon de taille $n = 61$ relevés : $\alpha = 2\%$		V
7) Pour une même taille d'échantillon, plus le risque d'erreur associé à l'intervalle de confiance du prix moyen diminue, plus sa marge d'erreur se réduit. Faux, plus le risque d'erreur α diminue, plus le niveau de confiance $1-\alpha$ augmente et plus la marge d'erreur augmente : $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s^{*2}_{61}}{\sqrt{n}}$.	F	
8) L'intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 98\%$ de l'écart-type σ du prix de l'électricité verte : $\sigma \in [0.017\ ;\ 0.026]$		V
9) Le niveau de confiance que l'on peut attribuer à l'intervalle $[0.01742\ ;\ 0.02357]$ de l'écart-type σ du prix d'électricité verte, obtenu à partir de l'échantillon de taille $n = 61$ relevés : $1-\alpha = 90\%$		V
10) Pour obtenir une certaine précision dans l'estimation d'un paramètre de la population, on a recours à l'estimation ponctuelle de ce paramètre. Faux, pour obtenir la précision ou la marge d'erreur dans l'estimation d'un paramètre de la population, on a recours à l'estimation par intervalle de confiance.	F	

Questions AEC4 : Le service clientèle d'une enseigne de la grande distribution a mesuré le temps d'attente à une caisse. Sur un échantillon de 64 passages en caisse, il a observé un temps moyen empirique de 5.10 minutes (mn). On supposant que l'écart-type du temps d'attente est connu et est égal à 0.8 mn.

« Choisir »

1) L'estimation ponctuelle du temps moyen m d'attente à une caisse est égal à 5.10 mn.		V
2) L'estimation ponctuelle fournit une information concernant la précision de l'estimation du temps moyen d'attente en caisse. Faux, l'estimation ponctuelle ne fournit aucune information concernant la précision ou la marge d'erreur dans l'estimation du temps moyen d'attente en caisse.	F	
3) La marge d'erreur dans l'estimation du temps moyen m d'attente à une caisse, obtenu avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$ est égale à : 0.196 mn		V
4) Peut-on considérer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$ que le temps moyen d'attente en caisse est significativement différent de 5.5 mn ?		V
5) La valeur moyenne m^* du temps d'attente telle que la probabilité que le temps moyen d'attente en caisse soit inférieur à 5.5 mn avec une probabilité d'au moins égale à 95% : $m^* \leq 5.336$ mn		V
6) Le nombre n^* de passages à considerer pour avoir une marge d'erreur dans l'estimation du temps moyen de 0.098 mn avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$: $n^* = 224$ Faux, on a divisé la marge E par 2, il faut donc multiplier la taille de l'échantillon n par $2^2 = 4$. $n^* = 4 \times n = 4 \times 64 = 256$ passages en caisse.	F	
7) Le niveau de confiance que l'on peut attribuer à l'intervalle de confiance bilatéral symétrique du temps moyen d'attente à une caisse $m \in [4.895\ mn\ ;\ 5.306\ mn]$ obtenu à patir de 64 passages en caisse : $1-\alpha = 96\%$		V
8) L'assurance qu'on a d'encadrer la valeur du paramètre inconnu de la population avec un intervalle de confiance est spécifiée par le niveau de confiance.		V
9) Plus le niveau de confiance associé à l'intervalle est élevé, plus la marge d'erreur de l'intervalle est petite. Faux, Plus le niveau de confiance $1-\alpha$ augmente, plus la marge d'erreur de l'intervalle augmente.	F	
10) Dans le cas d'un tirage exhaustif des passages en caisse, le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1}$ appliqué à la variance de l'estimateur est négligeable si le taux de sondage $\frac{n}{N}$ est supérieur à 10%, n étant la taille de l'échantillon et N la taille de la population. Faux, le facteur de correction est négligeable et tend vers 1 ($\frac{N-n}{N-1} \simeq 1$) si le taux de sondage $\frac{n}{N}$ est inférieur à 10%, voire 5%.	F	