UFR de Sciences économiques et de Gestion

Université Lumière Lyon 2

Université de Lyon

L3 - Economie & Gestion

Examen Seconde Session

Statistique Inférentielle - Examen Terminal

Durée 1h30 - Année universitaire 2025 - 2026

Recommandations : *Soigner la rédaction. La note prendra largement en compte la qualité des explications. La copie-brouillon et la copie qui ne comporte que des résultats sont mal perçues par le correcteur. Les exercices sont indépendants, des extraits de tables statistiques sont donnés en annexe.* ***Aucun document n'est permis. Les machines à calculer non programmables sont autorisées. Les dictionnaires pour les étudiants étrangers sont autorisés.***

Exercice 1 : (Barème de notation : a) 2 pts b) 2 pts c) 2 pts d) 2 pts e) 2 pts = 10 pts)

On a relevé deux échantillons de personnes testées positives à la Covid-19. La répartition des personnes testées positives à la Covid-19 parmi les personnes vaccinées et non-vaccinées est présentée dans le tableau suivant :

Statut vaccinal	Non-vacciné	Vacciné
Nombre de personnes testées positives	225	50
Nombre total de personnes testées	300	200

a) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la proportion de personnes non-vaccinées testées positives est supérieure à 70% ?

b) Etablir un intervalle de confiance bilatéral symétrique de niveau $1-\alpha = 95\%$ de la proportion de personnes non-vaccinées testées positives.

c) Déterminer le niveau de confiance $1-\alpha$ que l'on attribue à l'intervalle bilatéral symétrique $[69.86\% ; 80.14\%]$ de la proportion de personnes non-vaccinées testées positives, obtenu à partir de d'un échantillon de 300 personnes non-vaccinées ?

d) Quel doit-être la taille de l'échantillon de personnes non-vaccinées à tester pour établir un intervalle bilatéral symétrique de la proportion de personnes non-vaccinées testées positives, d'un niveau de 95% avec une marge d'erreur inférieure ou égale à 2.45% ?

e) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, qu'il y a plus de personnes testées positives chez les personnes non-vaccinées que chez les personnes vaccinées ?

********** °°° **********

Exercice 2 : **(Barème de notation : a) 2 pts b) 2 pts c) 4 pts d) 2 pts = 10 pts)**

On a relevé les durées de séjours en réanimation des patients cantaminés par la Covid-19 selon le type de variant Delta ou Omicron. Les durées de séjour des patients en réanimation sont supposés suivre une loi normale. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Variant Covid-19	Delta	Omicron
Nombre de patients positifs	50	25
Durée moyenne de séjour observé (jours)	13.6	9.9
Variance observée de la durée de séjour	2.64	1.36

a) Peut-on affirmer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la durée moyenne de séjour en réanimation des patients positifs au variant Omicron est significativement inférieure à 10 jours ?

b) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'écat-type de la durée de séjour en réanimation des patients positifs au variant Omicron est significativement supérieure à 1 jour ?

Le chef de service de l'hôpital a affirmé que les patients atteints du variant Omicron ont des durées de séjour à l'hôpital moins longues que celles des patients atteints du variant Delta.

c) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'affirmation émise par le chef de sevice est vraie ?

On a relevé le genre (Femme / Homme) et le type de variant (Delta / Omicron) des 75 personnes testées positives à la Covid-19 parmi les personnes testées. La répartition selon ces deux variables est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Variant Covid-19		
Genre	Delta	Omicron	Total
Femme	35	12	47
Homme	15	13	28
Total	50	25	75

d) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, qu'il y a un lien entre le genre et le statut vaccinal de la personne testée ?

********** °°° **********

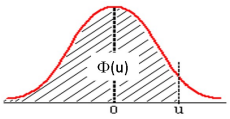


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \to N(0;1)$

Φ : Fonction de répartition : $\Phi(u) = P(U \leq u)$; $\Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617$; $\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

********** ○○○ **********

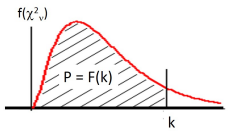


Table de la loi du $\chi^2_{\nu\ d.d.l.}$ Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_\nu \leq k)$

ν P	0,010	0,020	0,025	0,050	0,10	0,15	0,20	0,80	0,90	0,95	0,975	0,98	0,99
1	0.000	0.001	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.64
2	0.020	0.040	0.051	0.103	0.211	0.325	0.446	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.21
3	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	0.798	1.005	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.35
4	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.366	1.649	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.28
24	10.856	11.992	12.401	13.848	15.659	16.969	18.062	29.553	33.196	36.415	39.364	40.270	42.980
25	11.524	12.697	13.120	14.611	16.473	17.818	18.940	30.675	34.382	37.652	40.646	41.566	44.314

Exemples : $\nu = 4$ d.d.l. $F(k) = P(\chi^2_4 \leq k) = 0.95 \Rightarrow k = 9.488$

$k = 7.779 \Rightarrow F(7.779) = P(\chi^2_4 \leq 7.779) = 0.90$

********** ○○○ **********

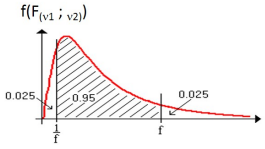


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(\nu_1;\nu_2)$ ayant la probabilité 2.5% d'être dépassée.

ν_1 : degrés de liberté du numérateur ν_2 : degrés de liberté du dénominateur

Fonction de répartition : $F(f) = P(F(\nu_1,\nu_2) \leq f) = 97.50\%$

ν_2 ν_1	2	4	20	24	25	40	45	49	50
2	39,00	39,25	39,45	39,46	39,46	39,47	39,48	39,48	39,48
4	10,65	9,60	8,56	8,51	8,50	8,41	8,39	8,38	8,38
24	4,32	3,38	2,33	2,27	2,26	2,15	2,12	2,11	2,11
25	4,29	3,35	2,30	2,24	2,23	2,12	2,10	2,08	2,08
40	4,05	3,13	2,07	2,01	1,99	1,88	1,85	1,84	1,83
45	4,01	3,09	2,03	1,96	1,95	1,83	1,81	1,79	1,79
49	3,98	3,06	2,00	1,94	1,92	1,80	1,78	1,76	1,76
50	3,97	3,05	1,99	1,93	1,92	1,80	1,77	1,76	1,75

Exemples : $\nu_1 = 2$ et $\nu_2 = 4$: $P(F_{97.5\%\,;\,2\,;\,4} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 10.65$

$P(F_{2.5\%\,;\,2\,;\,4} \leq f') = 0.025$ $\quad P(F_{97.5\%\,;\,4\,;\,2} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 39.25 \Rightarrow f' = \frac{1}{f} = \frac{1}{39.25} = 0.0255$

********** ○○○ **********

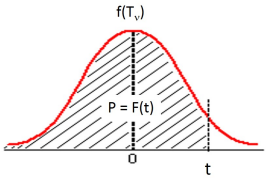


Table de la loi de Student - Fractiles de la loi de Student à ν degrés de liberté

Valeur du fractile t - Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_\nu \leq t)$.

ν P	0,9250	0,9300	0,9350	0,9400	0,9500	0,9550	0,9600	0,9700	0,9750	0,9800	0,9900	0,9950
10	1,559	1,603	1,650	1,700	1,812	1,877	1,948	2,120	2,228	2,359	2,764	3,169
24	1,487	1,526	1,568	1,612	1,711	1,767	1,828	1,974	2,064	2,172	2,492	2,797
25	1,485	1,524	1,566	1,610	1,708	1,764	1,825	1,970	2,060	2,167	2,485	2,787
72	1,455	1,492	1,532	1,573	1,666	1,719	1,776	1,911	1,993	2,092	2,379	2,646
73	1,455	1,492	1,531	1,573	1,666	1,718	1,775	1,910	1,993	2,091	2,379	2,645
74	1,455	1,492	1,531	1,573	1,666	1,718	1,775	1,910	1,993	2,091	2,378	2,644
75	1,454	1,492	1,531	1,573	1,665	1,718	1,775	1,910	1,992	2,090	2,377	2,643

Exemple : $\nu = 10$ d.d.l. $\quad P(T_{10} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.2281$ et $P(T_{10} \leq -t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.2281$

********** ○○○ **********