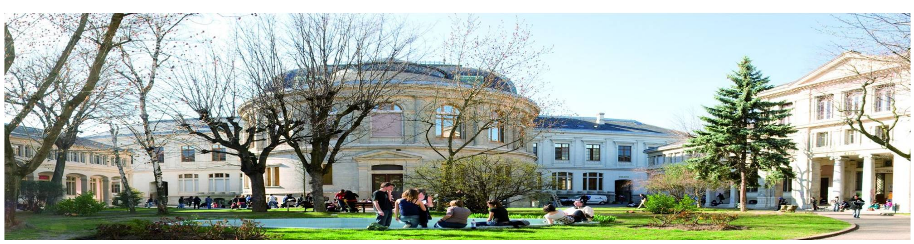
Licence $3^{ème}$ année
L3-S6 - Economie & Gestion
STATISTIQUE INFERENTIELLE
Travaux dirigés

Exercices d'application avec indications de solutions
& Tables statistiques



Année Universitaire 2024-2025

Rafik Abdesselam
Courriel - rafik.abdesselam@univ-lyon2.fr
Web - http://perso.univ-lyon2.fr/∼rabdesse/fr/
Matériel pédagogique - http://perso.univ-lyon2.fr/∼rabdesse/Documents/

Objectif du cours

L'objet de ce cours est de présenter des concepts d'inférence statistique. Ces principes vont permettre sur la base de résultats d'échantillon, d'estimer les valeurs des paramètres d'une population avec un niveau de confiance ou encore de vérifier certaines hypothèses statistiques posées sur les valeurs mêmes des paramètres.

Les problèmes traités sont de deux types : l'estimation de paramètres et les tests d'hypothèses. Une bonne base de statistique et de probabiltés est nécessaire pour bâtir une statistique inférentielle solide, qui soit non seulement un ensemble de tests-recettes, effectivement nécessaires, mais aussi l'expression du "pourquoi" et du "comment" de ces solutions.

Volume Horaire : 21h CM - Cours Magistral & 13h TD - Travaux Dirigés
Code de l'Enseignement Pédagogique : 3EANUEB5 - SEG

• **Chargé de CM et de TD :** Rafik Abdesselam : rafik.abdesselam@univ-lyon2.fr
• **Pré-requis :** L3-S5 Statistique & Probabilités.
• **Approche pédagogique :** 7 séances de cours magistraux de 3h (Amphi - durée 1h 45) et 7 séances de travaux dirigés (Salle de TD - durée 2h) et 2 épreuves écrites.
• **Matériel pédagogique :** Polycopiés : Support de cours - Travaux dirigés avec indications de correction - Polycopié supplémentaire de TD - Problèmes de révision - Tests d'Auto-Evaluation avec corrigés - Tables statistiques - Aide mémoire - Synthèse des principales statistiques de tests.
• **Modalités de Contrôle des Connaissances :** 2 Contrôles Continus (50% – 50%, durée 1h30, samedi matin). Aucun document n'est autorisé.

Contrôle Continu n°1 - Vendredi 21 février 2025, 17h - 18h30, Amphis : Say & Aubrac
Contrôle Continu n°2 - Vendredi 28 mars 2025, 17h - 18h30, Amphis : Say & Aubrac

Quelques références bibliographiques

[1] R. Abdesselam "Statistique inférentielle - Exercices d'application et problèmes corrigés avec rappels de cours" Sciences Economiques et de Gestion. La collection Références sciences, Editions Ellipses.

[2] P. Roger "Probabilités, statistique et processus stochastiques" Cours et exercices. Collection synthex, Pearson Education.

[3] B. Grais "Méthodes statistiques" Modules Économiques, Dunod.

[4] Y. Herbert "Mathématiques probabilités et statistique" Vuibert.

[5] Sheldon Y. Ross "Initiation aux probabilités" Traduction de la 4ème Etidion américaine Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

[6] J.R. Reau G. Chauvat "Probabilités et statistiques" Flash pour les sciences économiques et sociales. Armand Colin.

[7] G.R. Grimmett and D.R. Stirzaker "Probability and Random Processes" Oxford Science Publications.

UFR de Sciences économiques et de Gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

Plan du cours

Introduction

Chapitre 1 : Estimation ponctuelle & Intervalle de confiance

Lois construites à partir de la loi normale : Khi-deux de Pearson, Student et Fisher-Snédécor, lecture des tables. Estimateurs - Construction : Méthode du Maximum de Vraisemblance, Méthode des Moments - Propriétés. Estimation ponctuelle - intervalle de confiance : moyenne, proportion et variance. Comparaisons : moyennes (échantillons indépendants - appariés), proportions et rapport de variances.

Contrôle Continu n°1

Chapitre 2 : Tests d'hypothèses paramétriques

Concept et formulation des hypothèses et conditions d'application. Démarche d'un test statistique. Risques de première et deuxième espèce. Tests de conformité d'une moyenne, d'une proportion et d'une variance. comparaisons : moyennes, proportions et variances.

Chapitre 3 : Tests d'hypothèses non-paramétriques

Principe général et formulation des hypothèses. Application des tests du Khi-deux de Pearson (indépendance entre 2 caractères et tableau de contingence, homogénéité de plusieurs populations et conformité entre deux distributions). Echantillons indépendants (Test de la somme des rangs (Wilcoxon) ou Test U de Mann-Whitney). Echantillons appariés (Test de la somme des rangs des différences positives (Wilcoxon)). Test de corrélation de rangs de Spearman.

Contrôle Continu n°2

Tables statistiques

Normale, Student, Khi-deux, Fisher-Snedecor, Mann-Whitney (échantillons indépendants), Wilcoxon (échantillons indépendants), Wicoxon (échantillons appariés), Spearman (échantillons appariés), Kappa de Cohen.

Examen Terminal RSE & Contrôle Continu n°3

UFR de sciences économiques et de gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

Fiche A : TD 1, 2 et 3

Estimation de paramètres

(Estimations ponctuelle & par intervalle de confiance : Moyenne, Proportion et Variance)

Exercice 1 : Usage des tables du khi-deux et de Student :

On note Z et T deux variables aléatoires réelles suivant respectivement les lois du Khi-deux χ^2_{15} et de Student T_{10}.

a) Déterminer les valeurs limites z, z_1 et z_2 des probabilités suivantes :
$P(Z \leq z) = 0.99$; $P(z_1 \leq Z \leq z_2) = 0.95$; encadrer au mieux $P(Z \leq 20)$.

b) Déterminer les valeurs limites t, t_1 et t_2 des probabilités suivantes :
$P(|T| > t) = 0.05$; $P(T > t_1] = 0.95$ et $P(T < t_2) = 0.99$.

**************** °°° ****************

Exercice 2 : Usage de la table de Fisher-Snédécor :

Application pour la lecture des valeurs critiques de la statistique F de Fisher-Snedecor).
Déterminer les fractiles f de la distribution de probabilité $F(4;10)$

a) $P[F \leq f] = 0,975$ (unilatéral à droite "risque à droite")
b) $P[F \geq f] = 0.975$ (unilatéral à gauche)
c) $P[f_1 \leq F \leq f_2] = 0.98$ (bilatéral symétrique) ;
d) $P[f_1 \leq F \leq f_2] = 0.90$ (bilatéral symétrique)
e) $P[f_1 \leq F \leq f_2] = 0,965$ (bilatéral dissymétrique : $\alpha_1 = 2.5\%$ et $\alpha_2 = 1\%$)

**************** °°° ****************

Exercice 3 : Soit X la variable aléatoire réelle associée au poids en grammes d'un sachet de chips d'un distributeur, qui est supposé suivre une loi normale d'espérance mathématique $m_x = 150$ g et d'écart-type $\sigma_x = 20$ g. Périodiquement, un contrôleur vérifie l'ensacheuse de chips et prélève un échantillon de 15 sachets.

a) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire réelle d'échantillonnage $\overline{X}_{15}$ associée au poids moyen d'un sachet de chips observé dans cet échantillon ?

On choisit 15 sachets au hasard du distributeur. Quelle est la probabilité :
b) d'obtenir sur cet échantillon un poids moyen inférieur à 140 g ?
c) que le poids total des 15 sachets soit compris entre 2095 g et 2405 g ?
d) qu'un sachet pèse moins de 140 g ?
e) Combien de sachets faut-il contrôler pour avoir 90 chances sur 100 d'obtenir un poids moyen d'un sachet compris entre 144.5 g et 155.5 g ?

**************** °°° ****************

Exercice 4 : La Société "Croissant Chaud" désire lancer sur le marché français un nouveau produit (le croissant congelé, prêt à cuire). Elle procède à une étude de marché auprès des consommateurs pour connaître les intentions d'achat de ce type de produit. Le dépouillement de l'enquête montre que 18% des consommateurs sont intéressés par ce produit.

a) Sachant que l'échantillon comportait 2500 ménages, dans quel intervalle de confiance doit-on situer ce résultat avec un niveau $1-\alpha = 95\%$?

b) Quelle taille d'échantillon nécessaire pour réduire cet intervalle de moitié ?

************** °°° **************

Exercice 5 : Dans un atelier, on fabrique des pièces en bois destinées au montage de meubles en pin. La hauteur de ces pièces, exprimée en millimètre (mm), est une variable aléatoire réelle d'espérance mathématique 22 mm et d'écart-type 2 mm.

On prélève un échantillon de 49 pièces.

a) quelle est la probabilité que la hauteur moyenne sur cet échantillon dépasse 22.3 mm ?

Le chef d'atelier souhaite que 95% des échantillons de 49 pièces donnent une hauteur moyenne comprise entre 21.72 mm et 22.28 mm.

b) Comment faut-il modifier l'écart-type de la hauteur d'une pièce pour obtenir ce résultat ?

************** °°° **************

Exercice 6 : Le directeur des ressources humaines d'une entreprise a effectué un sondage auprès de 100 employés prélevés au hasard parmi les 500 employés de l'entreprise pour connaître leur préférence concernant une éventuelle modification de la semaine de travail (quatre jours de dix heures au lieu de cinq jours de huit heures).

Sur les 100 employés interrogés, 58 étaient en faveur du nouvel horaire de travail.

a) Donner une estimation ponctuelle de la proportion p d'employés de l'entreprise en faveur de ce nouvel horaire de travail.

b) Quel est le taux de sondage ?

c) Etablir avec un risque d'errreur 1%, un intervalle de confiance de la proportion p d'employés en faveur de ce nouvel horaire de travail.

d) Quelle est la marge d'erreur associée à l'estimation de p pour ce sondage ?

e) Combien d'employés devrait-il sonder pour avoir une estimation de p avec un niveau de confiance de $1-\alpha = 99\%$ et une marge d'erreur n'excédant pas 5% ?

************** °°° **************

Exercice 7 : Dans un sondage, on accorde a priori 50% de voix à un candidat à une élection.

a) Combien faut-il interroger d'électeurs pour confirmer cette hypothèse à 1% près au plus, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$? $\alpha = 1\%$?

b) Estimer par intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$, la proportion de voix d'un candidat à partir d'un sondage portant sur 38416 électeurs.

En supposant que la proportion d'électeurs a priori favorables à ce candidat est x, on notera n(x) le nombre de personnes qu'il faut interroger pour confirmer l'hypothèse à 1% près avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

c) Calculer n(x) puis représenter graphiquement la fonction ainsi définie.

************** °°° **************

Exercice 8 : Une unité de fabrication de fuel à basse teneur en soufre (en %) doit être réglée de façon à respecter une spécification européenne. La teneur en soufre est supposée normalement distribuée. La stabilité du réglage de cette unité n'a pu être déterminé qu'à partir d'un échantillon de 12 mesures qui ont permis d'observer un écart-type de la teneur en soufre de 0.08.

a) Déterminer un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de l'écart-type du processus.

b) Quel est le risque d'erreur que l'on attribue à cet intervalle bilatéral symétrique, de la teneur moyenne en soufre : $m \in [0.1969\ ;\ 0.3031]$ obtenue à partir de cette série de 12 mesures ?

c) Quelle est la valeur moyenne $m*$ de teneur en soufre que l'unité doit avoir pour respecter la spécification c'est-à-dire une teneur moyenne en soufre inférieure ou égale à 0.30 avec une probabilité au moins égale à 95% ?

************** °°° **************

Exercice 9 : Après avoir pesé 12 petits colis expédiés par un fournisseur, on a établi l'intervalle de confiance [390 g ; 520 g] de niveau $1-\alpha = 95\%$ du poids moyen m d'un colis. Le poids d'un colis est supposé normalement distribué.

a) En déduire le poids moyen observé d'un colis ainsi que l'écart-type observé du poids d'un colis.

b) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de la variance du poids d'un colis.

************** °°° **************

Exercice 10 : Un laboratoire indépendant a vérifié pour le compte d'un organisme de la protection du consommateur, la résistance à l'éclatement (en kg/cm^2) d'un réservoir GPL de voiture d'un certain fabricant. Des essais similaires permettent de considérer que la résistance à l'éclatement est distribuée normalement avec un écart-type connu de $3kg/cm^2$. Des essais sur un échantillon de 10 réservoirs conduisent à une résistance moyenne à l'éclatement de $219kg/cm^2$.

a) Estimer par intervalle de confiance la résistance moyenne à l'éclatement de ce type de réservoir avec un niveau de confiance de $1-\alpha = 99\%$.

b) Pour le même niveau de confiance, déterminer le nombre d'essais requis de sorte que la marge d'erreur dans l'estimation de la résistance moyenne à l'éclatement n'excède pas $1kg/cm^2$.

************** °°° **************

Exercice 11 : Lors d'une étude statistique portant sur un échantillon de 600 employés d'une entreprise, 450 employés sont favorables à la réduction du temps de travail avec réduction de salaire.

a) Déterminer un intervalle de confiance de la proportion d'employés qui sont favorables à cette réforme, avec un niveau de confiance de $1-\alpha = 95\%$, 98% et 99%.

b) A quel risque d'erreur correspond l'intervalle de confiance bilatéral symétrique de la proportion d'employés favorables à cette réforme [72% ; 78%] ?

c) Quelle taille d'échantillon aurait-il fallu choisir pour réduire de moitié la précision de l'intervalle précédent ?

************** °°° **************

Exercice 12 : Dans un atelier de mécanique, on a vérifié le diamètre de tiges usinées sur un tour automatique. Le diamètre des tiges exprimé en millimètre (mm) peut fluctuer selon le réglage du tour. Dix tiges prélevées au hasard de la production, ont été mesurées avec un micromètre de précision. On a observé une moyenne de 39.68 mm avec un écart-type de 1.153 mm.

On suppose que le diamètre des tiges est normalement distribué. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Diamètre (mm)	39.50	40.60	38.40	37.80	39.40	39.90	41.50	40.00	38.50	41.20

a) Estimer par intervalle de confiance le diamètre moyen des tiges de cette fabrication avec les niveaux de confiance de $1-\alpha = 90\%$, 95% et de 99%.

b) Quelle doit la taille de l'échantillon à considérer pour pouvoir donner une longueur d'intervalle de 0.3 mm avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$?

c) Quel est le niveau de confiance $1-\alpha$ que l'on peut attribuer à l'intervalle de confiance bilatéral symétrique dont les limites sont 39.68 ± 1.08 ?

*************** °°° ***************

Exercice 13 : Une entreprise utilise une matière isolante dans l'assemblage d'un type de moteur électrique. Il est important que non seulement l'épaisseur moyenne de cette matière réponde aux exigences de sécurité, mais également que la variabilité (variance) de l'épaisseur ne présente pas de trop fortes fluctuations. On admet que l'épaisseur de cette matière isolante est normalement distribuée. Sur un échantillon aléatoire de 21 composantes isolantes prélevé au hasard de la production, on a observé une épaisseur moyenne de 12 mm avec un écart-type de 1.62 mm.

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$, de la variance de l'épaisseur de cette matière isolante de l'ensemble de la production.

b) Peut-on considérer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, que la variance de l'épaisseur de cette matière isolante est différente de la variance de référence du constructeur $\sigma_R^2 = 2.25\ mm^2$?

c) Donner un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de l'épaisseur moyenne de cette matière isolante dans l'ensemble de la production.

d) Peut-on conclure, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'épaisseur moyenne de cette matière isolante est différente de l'épaisseur moyenne minimale $m_M = 12.5$ mm autorisée ?

e) Quel est le risque d'erreur que l'on attribue à cet intervalle de confiance, bilatéral symétrique de l'épaisseur moyenne $m \in [11.0843\ mm; 12.9157\ mm]$, obtenu à partir de cet échantillon de 21 composantes isolantes ?

*************** °°° ***************

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2

UNIVERSITÉ DE LYON

Estimation de paramètres

(Intervalle de confiance : comparaisons de moyennes, proportions et variances)

Exercice 1 : On expérimente en laboratoire les effets d'un nouveau traitement contre l'excès de cholestérol dans le sang, sur un groupe de 10 lapins nourris avec un régime enrichi en cholestérol. La différence des taux de cholestérol est supposée normalement répartie. On a observé les taux de cholestérol (en dg/l) suivants :

lapin n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Avant traitement : X	21	24	33	36	23	15	26	31	35	28
Après traitement : Y	18	22	33	34	19	12	27	32	31	30

a) Donner un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de la différence des moyennes.

b) Peut-on considérer que le nouveau traitement a un effet significatif, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$? $\alpha = 10\%$?

On désire comparer ce nouveau traitement au traitement déjà existant dont les résultats ont été observés sur un groupe de 10 lapins de la même origine, indépendant du précédent. Le taux de cholestérol dans chacun de ces groupes est supposé normalement réparti. Les relevés des taux de cholestérol des deux traitements sont :

Ancien traitement : X	23	15	28	26	13	8	21	25	24	29
Nouveau traitement : Y	18	22	33	34	19	12	27	32	31	30

c) Donner un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ du rapport des variances des taux de cholestérol.

d) Donner un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ pour la différence des moyennes des taux de cholestérol.

Peut-on considérer, avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$ que le nouveau traitement est aussi efficace que l'ancien ?

e) Vos conclusions seraient-elles les mêmes si le niveau de signification α de ces tests était arbitrairement choisi dans l'intervalle $]0\ ;\ 0.10]$?

*************** °°° ***************

Exercice 2 : On veut comparer les proportions de clients qui détiennent des SICAV (ou société d'investissement à capital variable) monétaires de deux banques filiales d'un même groupe bancaire. Pour cela, on a prélevé au hasard deux échantillons parmi les $n_A = 230$ fichiers clients de la banque A et $n_B = 180$ fichiers clients de la banque B. On a recensé, respectivement, 51 et 35 possesseurs de SICAV monétaires.

Etablir un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de la différence de proportions des clients possesseurs de SICAV monétaires de ces deux banques. Que peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 3 :

Dans certains concours administratifs de la fonction publique, le réglement prévoit la double correction des copies. Le président du jury a demandé à deux examinateurs de corriger les copies de 30 candidats qui se sont présentés à un concours. Les notes rendues par les deux correcteurs sont consignées dans le tableau ci-dessous.

N° copie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	13	15	12	15	8	7	11	10	9	13	3	18	17	5	9
B	12	13	12	15	7	5	12	10	8	13	4	17	16	4	9

N° copie	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	10	11	14	12	10	9	8	13	6	8	16	14	11	12	10
B	11	10	13	13	9	10	7	14	8	7	15	13	10	13	10

Les deux correcteurs ont obtenu une différence des moyennes de 0.3 point. On suppose que la différence des notes des deux correcteurs est normalement distribuée.

Etablir un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ de la différence des moyennes de ces deux correcteurs. Que peut-on en conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 4 : Sur une même période, on a relevé à différents instants, les prix du carburant B7 gazole observés dans deux stations services d'une même commune. L'une située au centre ville, l'autre dans la zone commerciale de la commune. Les résultats des relevés des prix de ce carburant dans les deux stations services sont consignés dans le tableau suivant :

Centre Ville	Zone Commerciale	Indications - Loi de Fisher-Snedecor
$n_V = 41$	$n_C = 36$	$P(0.529 \leq F_{(41,36)} \leq 1.914) = 0.95$
$\bar{x}_V = 1.39$	$\bar{y}_C = 1.35$	$P(0.525 \leq F_{(40,35)} \leq 1.932) = 0.95$
$\sum_i x_i = 56.99$	$\sum_i y_i = 48.60$	$P(0.518 \leq F_{(35,40)} \leq 1.905) = 0.95$
$\sum x_i^2 = 100$	$\sum y_i^2 = 120$	$P(0.522 \leq F_{(36,41)} \leq 1.889) = 0.95$

a) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que les prix moyens du carburant B7 sont significativement différents dans les deux stations services ?

b) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1-\alpha = 95\%$ du rapport des variances des prix du carburant B7 de ces deux stations service. Que peut-on en conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 5 :

Une firme de recherche en marketing teste l'efficacité d'un nouvel arôme pour une boisson leader en utilisant un échantillon de 10 personnes, dont la moitié goûte la boisson avec l'arôme ancien et l'autre moitié avec le nouvel arôme. Ces personnes reçoivent ensuite un questionnaire pour évaluer la qualité de la boisson. Les scores sont supposés normalement distribués. Les résultats des deux groupes sont consignés dans le tableau suivant :

Nouvel arôme	Ancien arôme
$n_N = 5$	$n_A = 5$
$\bar{x}_N = 111.60$	$\bar{y}_A = 88.60$
$s_N = 1.855$	$s_A = 6.530$

a) Déterminer un intervalle de confiance de niveau 95% du rapport des variances des scores. Que peut-on en conclure ?

b) Etablir l'intervalle de confiance de niveau 95% de la différence des scores moyens. Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les qualités de ces deux boissons sont différentes ?

*************** °°° ***************

Exercice 6 : Un chercheur veut étudier si l'absorption d'une certaine drogue a une influence significative sur l'exécution d'une tâche de coordination psychomotrice. Il a choisi vingt sujets qui ont été répartis au hasard en un groupe de contrôle et un groupe expérimental. On a administré la drogue au groupe expérimental avant de leur faire subir l'épreuve ; en même temps, un placebo est administré au groupe de contrôle. Les résultats des deux groupes sont les suivants :

Groupe Contrôle	Groupe Expérimental
$n_C = 10$	$n_E = 10$
$\bar{x}_C = 170$	$\bar{y}_E = 164$
$SCE_C = \sum_i (x_i - \bar{x}_C)^2 = 80$	$SCE_E = \sum_i (y_i - \bar{y}_E)^2 = 112$

On supposera que les résultats de l'épreuve de chaque groupe sont normalement distribués de variances inconnues mais supposées égales à une valeur commune σ^2.

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ associé à l'estimation de la différence des moyennes des résultats de ces deux groupes.

b) Peut-on alors conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que la drogue n'a pas d'effet significatif sur la réaction des sujets soumis à cette tâche de coordination.

c) Déterminer l'estimation ponctuelle de la variance σ^2 commune aux variances supposées égales ($\sigma_C^2 \simeq \sigma_E^2 = \sigma^2$).

d) Vérifier avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, l'égalité supposée des variances des résultats des deux groupes.

*************** °°° ***************

Exercice 7 : Le propriétaire d'un magasin au centre ville d'une commune a constaté que son chiffre d'affaires (C.A.) mensuel a changé. Il pense qu'il est différent depuis l'ouverture d'un nouveau supermarché dans la commune. Pour savoir si cette différence est significative, il a comparé les C.A. mensuels de son magasin avant et après l'ouverture du supermarché. Les résultats exprimés en milliers d'euros (M.€.) sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	X : Avant l'ouverture	Y : Après l'ouverture
Nombre de mois	11	13
Chiffre d'affaires mensuel moyen (M.€.)	34	30.37
Somme des Carrés des Ecarts à la moyenne : $\Sigma(x_i - \bar{x}_n)^2$	325	225

Les chiffres d'affaires mensuels de ce magasin avant et après l'ouverture du supermarché sont supposés normalement distribués.

a) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, l'égalité des variances σ_x^2 et σ_y^2 des C.A. mensuels de ce magasin avant et après l'ouverture du supermarché ?

b) Peut-on confirmer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, la constatation du propriétaire, à savoir que le C.A. mensuel de son magasin est différent depuis l'ouverture du supermarché ?

c) A partir de quel risque d'erreur peut-on confirmer cette constatation ?

*************** °°° ***************

UFR de Sciences Économiques et de Gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

Fiche B : TD 4 et 5

Tests paramétriques
(Tests d'hypothèses : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : Un laboratoire indépendant a vérifié pour le compte d'un organisme de défense du consommateur, la résistance à l'éclatement (en kg/cm^2) d'un réservoir GPL de voiture d'un certain fabricant. Des essais similaires permettent de considérer que la résistance à l'éclatement est normalement distribuée.

Des essais sur un échantillon de 10 réservoirs conduisent à une résistance moyenne à l'éclatement de 219 kg/cm^2 et un écart-type observé de la résistance de 3 kg/cm^2.

a) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 2\%$, que la variance de la résistance à l'éclatement des réservoirs est significativement différente de 8 kg^2/cm^4 ?

b) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 2\%$, que la résistance moyenne à l'éclatement des réservoirs de ce type est significativement différente de 221.5 kg/cm^2 ? Significativement plus petite que 221.5 kg/cm^2 ?

*************** °°° ***************

Exercice 2 : Une enquête réalisée auprès d'un échantillon de 200 personnes choisies au hasard dans la population active a recensé 16 chômeurs. Un journaliste a affirmé que le taux de chômage en France serait cette année inférieur à 10%.

a) Si on envisage un risque d'erreur de première espèce $\alpha = 5\%$, peut-on confirmer l'assertion avancée par le journaliste ?

b) Avec quel risque d'erreur peut-on confirmer cette assertion ?

*************** °°° ***************

Exercice 3 : Sur un échantillon de 200 habitants d'une commune, 60 sont favorables à l'implantation d'un centre commercial. Avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$,

a) ce sondage contredit-il l'hypothèse selon laquelle un habitant sur trois y est favorable ?

b) peut-on conclure que la proportion d'habitants favorables à l'implantation du centre commercial est significativement plus grande qu'un habitant sur quatre ?

*************** °°° ***************

Exercice 4 : On a relevé au hasard 51 cotations (€) en clôture du titre Peugeot PSA du marché SBF 250. On a observé un cours moyen de 21.10 € avec un écart-type - volatilité du titre de 4.1 €

a) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la volatilité de l'action Peugeot PSA est inférieure à 5 € ? Est différente de 5 € ?

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le cours moyen de l'action Peugeot PSA est différent de 20 € ? Est supérieur à 20 € ?

*************** °°° ***************

Exercice 5 : Pour un contrôle de fabrication, on a prélevé au hasard un échantillon de 30 unités dont on a mesuré les volumes. On a observé un volume moyen de $49\,cm^3$. On veut savoir si le volume moyen des unités de la production est conforme à la norme $m_0 = 50\,cm^3$. Après de nombreux tests de l'écart-type σ du volume des unités de la production, ce dernier est supposé connu et égal à $3\,cm^3$.

a) La diminution observée du volume moyen dans l'échantillon testé, par rapport à la norme $m_0 = 50\,cm^3$ attendue, est-elle significative avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$? $\alpha = 1\%$?

b) La différence observée du volume moyen dans l'échantillon testé, par rapport à la norme $m_0 = 50\,cm^3$ attendue, est-elle significative avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$? $\alpha = 1\%$?

c) Pour un risque bilatéral $\alpha = 5\%$, calculer le risque de deuxième espèce β lorsque le volume moyen de la production est de : $m_1 = 48.5\ cm^3$, $m_1 = 48.4\ cm^3$ et $m_1 = 48.30\ cm^3$.

*************** °°° ***************

Exercice 6 : €-pratique : Avant le passage à l'€ au 1 janvier 2002, un sondage a montré que 50% des achats sont effectués avec une carte bancaire. Depuis le passage à l'€, un récent sondage effectué sur un échantillon de 500 personnes choisies au hasard de la population a révélé que 270 personnes utilisent leur carte bancaire.

a) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la proportion d'utilisateurs de cartes bancaires est restée stable depuis le passage à l'€ ? A augmenté depuis le passage à l'€ ?

b) Calculer le risque de deuxième espèce β : la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle $H_0 : p = 0.5$ alors qu'en réalité sous $H_1 : p = 0.43$.

*************** °°° ***************

Exercice 7 : L'entreprise "Electrocaen" fabrique des dispositifs électroniques dont la durée de vie moyenne est de 800 heures. La durée de vie des dispositifs est normalement distribuée avec un écart-type connu de 50 heures. Pour vérifier la qualité de la production, un échantillon aléatoire de 25 dispositifs est soumis à un essai de fiabilité et on adopte la règle de décision suivante pour 25 dispositifs :

Les dispositifs sont de qualité inacceptable si la durée de vie moyenne de 25 dispositifs est inférieure à 781.20 h, on les considère de qualité acceptable si la durée de vie moyenne est supérieure ou égale à 781.20 h.

a) Quelles sont les hypothèses statistiques que l'ont veut tester avec cette règle de décision ?

b) Quel est le seuil de signification du test c'est-à-dire la probabilité de rejeter un lot de dispositifs de qualité acceptable ?

c) Quel est le risque de $2^{ème}$ espèce β pour chacune des valeurs suivantes de m : 770, 772, 775 et 778 ? Tracer la courbe d'efficacité de ce test.

*************** °°° ***************

Tests paramétriques

(Tests d'hypothèses : comparaison de 2 moyennes, 2 proportions et 2 variances)

Exercice 1 : Les statistiques des performances obtenues à un test d'aptitude, d'une part dans un groupe de contrôle et d'autre part dans un groupe expérimental ayant subi un traitement spécifique, sont consignées dans le tableau suivant :

Groupe	Contrôle	Expérimental
Taille de l'échantillon	$n_C = 10$	$n_E = 8$
Moyenne observée du test d'aptitude	7.000	5.625
Ecart-type observé du test d'aptitude	1.73	1.57

a) Intuitivement, que peut-on dire de la dispersion des performances de ces deux méthodes ?

b) Quelles sont les hypothèses de travail qui doivent être satisfaites pour pouvoir appliquer un test de comparaison de variances ?

c) Etablir les hypothèses nulle et alternative d'un test statistique de comparaison de variances.

d) Effectuer le test de comparaison de variances, puis conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.

*************** °°° ***************

Exercice 2 : Observatoire des inégalités - Ecart de salaires Hommes-Femmes en 2014. On a relevé deux échantillons de salaires mensuels nets moyens des hommes et des femmes, en équivalent temps plein. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant. Les salaires nets des hommes et des femmes sont supposés normalement distribués.

Genre	Homme	Femme
Taille de l'échantillon	$n_H = 13$	$n_F = 16$
Salaire moyenne observé	2410 €	1962 €
Ecart-type du salaire observé	17.95	10.45

a) Peut-on considérer avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, que les variances des salaires des hommes et des femmes sont différentes ?

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le salaire moyen net des hommes est significativement plus élevé que celui des femmes ?

*************** °°° ***************

Exercice 3 : L'€uro-rumeur : après le passage à l'€uro au 1er janvier 2002, une association de protection du consommateur tente de vérifier la rumeur " l'€uro a entraîné une hausse des prix " notamment en ce qui concerne les journaux nationaux. Elle décide de comparer les prix en francs et en € de 6 grands quotidiens. La différence des prix (en €) est supposée normalement distribuée. Les résultats obtenus sont les suivants :

Quotidiens	Monde	Figaro	Humanité	Dépêche	Progrès	Parisien
Avant (Fr en €)	2.81	2.70	2.10	1.21	1.25	1.48
Après (€)	2.80	2.80	2.20	1.20	1.35	1.50

Est-ce que la rumeur semble vérifiée avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$?
Formuler les hypothèses statistiques, la règle de décision et la conclusion du test.

*************** °°° ***************

Exercice 4 : Dans une expérience agricole, on veut comparer les rendements d'un certain légume en fonction de deux traitements. On dispose de 10 parcelles de terre. On divise chacune d'elles en deux. Une moitié est traitée avec un engrais à base d'azote alors que l'autre est traitée avec un engrais à base de phosphate.

Les rendements de chacune des parcelles sont présentés dans le tableau ci-dessous (en quintaux par hectare).

Parcelle n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Azote	9.3	8	10.2	5.4	6.8	7.9	8.2	6.4	5.1	6.9
Phosphate	7.8	8.9	8.8	5.4	8	6.4	9.5	6.7	4.9	6.4

a) Quels sont le type des échantillons et la condition nécessaire pour appliquer un test paramétrique ?

b) Peut-on conclure avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, que les deux traitements conduisent au même rendement ?

*************** °°° ***************

Exercice 5 : On s'intéresse au lien et à l'articulation entre l'identification nationale et l'identification à l'Europe pour les habitants de l'Union Européenne. On a interrogé un échantillon composé de 111 étudiants français. Les participants ont rempli un questionnaire dans lequel les identifications étaient mesurées par 8 items présentés sous forme d'échelles allant de 1 (désaccord total) à 10 (accord total). Deux échelles d'identification, l'une nationale, l'autre européenne sont ensuite calculées en faisant les moyennes sur les 8 items concernés du questionnaire. Les paramètres descriptifs des données observées sont les suivants :

	Moyenne observée	Ecart-type observé
Identification nationale	7.70	3.04
Identification européenne	6.98	3.21
Différences individuelles	0.72	3.9

a) Au seuil de signification $\alpha = 5\%$ l'identification nationale diffère-t-elle de l'identification européenne ? Préciser quel test statistique permet d'apporter une réponse à cette question.

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur choisi $\alpha = 5\%$, que le score de l'identification nationale est plus grand que celui de l'identification européenne ?

*************** °°° ***************

Exercice 6 : On compare les rémunérations mensuelles moyennes en milliers d'euros (M.€) des employés d'un même service d'une grande entreprise.

Sexe	Homme	Femme
Nombre de mois	41	65
Rémunération moyenne observée (M.€)	2.4	2.36
Ecart-type observé (M.€)	0.385	0.363

Peut-on déduire avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, une différence significative des rémunérations selon le sexe dans ce service ?

*************** °°° ***************

Exercice 7 : On veut comparer les prix de deux titres du CAC 40 oeuvrant dans le secteur bancaire. Dans un échantillon de 25 prix du titre Société Générale, on a observé un prix moyen de 25.80 € avec un écart-type connu dans la population de 4 €. Dans un échantillon de 80 relévés de prix du titre AXA, on a observé un prix moyen de 24.10 € avec un écart-type connu dans la population de 5 €. Le prix du titre Société Générale est supposé normalement distribué.

a) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les prix moyens des deux titres sont différents ?

B) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le prix moyen du titre Société Générale est significativement plus grand que celui du titre AXA?

*************** °°° ***************

Exercice 8 : Le Parlement français est bicaméral puisqu'il est composé de 2 chambres : l'Assemblée nationale élue au suffrage universel direct, et le Sénat élu au suffrage universel indirect. Ces deux assemblées sont chargées de voter la loi, de contrôler l'action du Gouvernement et d'évaluer les politiques publiques. On a relevé les intentions de vote de quelques Sénateurs et Députés sur la réforme des retraites. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Vote - Parlementaire	Sénateur	Député
Favorable à la réforme	78	100
Défavorable à la réforme	72	150
Total	150	250

a) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que la proportion de sénateurs favorables à la réforme est significativement supérieure à 50%

b) Calculer la puissance du test précédent sous $H_1 : p = 63\%$.

c) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les sénateurs sont plus favorables à la réforme des retraites que les députés ?

*************** °°° ***************

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2 — UNIVERSITÉ DE LYON

Fiche C : TD 6 et 7

Tests non-paramétriques

(Tests du Khi-deux (Indépendance, Homogénéité et adéquation), test de Wilcoxon-Mann-Withney, test de Wilcoxon, test de rangs de spearman)

Exercice 1 : Un concours est ouvert à des étudiants de parcours différents : Économie, Informatique, Mathématiques. Le responsable de l'examen désire savoir si la formation initiale d'un étudiant influe sur sa réussite. Il construit alors la répartition ci-dessous à partir des résultats obtenus par les 286 candidats.

Résultats x Parcours	Economie	Informatique	Mathématiques	Total
Réussite	41	59	54	154
Échec	21	36	75	132
Total	62	95	129	286

Quelle a été sa conclusion ?

*************** °°° ***************

Exercice 2 : On veut étudier le lien éventuel entre une contamination bénigne largement répandue et la consommation d'un certain produit alimentaire. Pour cela, on a prélevé au hasard un échantillon de 250 personnes. Cet échantillon comprend 150 contaminés - malades et 100 personnes non atteintes, considérées comme témoins. Ces personnes ont été interrogées sur leur consommation du produit alimentaire. Les résultats sont consignés dans le tableau de contingence ci-dessous, croisant la présence de la maladie et le niveau de consommation du produit alimentaire :

Présence de la maladie & Niveau de consommation	Fréquent	Rare	Total
Témoin	70	30	100
Malade	90	60	150
Total	160	90	250

a) Compléter les pourcentages suivants :

% des personnes interrogées sont contaminées.

% des personnes interrogées ont un niveau fréquent de consommation du produit alimentaire.

% des personnes interrogées sont contaminées avec un niveau fréquent de consommation du produit alimentaire.

% des personnes contaminées ont un niveau fréquent de consommation du produit alimentaire.

% des personnes qui ont un niveau fréquent de consommation du produit sont contaminées.

b) Etudier à l'aide d'un test statistique au seuil $\alpha = 5\%$ s'il semble y avoir un lien entre la consommation de ce produit et la présence de cette contamination.

*************** °°° ***************

Exercice 3 : Cent étudiant(e)s ont été choisis au hasard sur la liste d'inscription de 3 types d'établissements différents de l'Académie de Lyon. Les répartitions des étudiant(e)s dans chaque type établissements selon leur genre se présentent comme suit :

Genre & Etablissement	Université	I.U.T.	Gdes Ecoles
Féminin	58	41	51
Masculin	42	59	49
Total	100	100	100

a) Tester aux niveaux de signification $\alpha = 5\%$ puis 10%, l'hypothèse nulle selon laquelle les étudiants et étudiantes se répartissent de façon identique dans les 3 types d'établissements.

b) Peut-on alors en déduire que les 2 caractères genre et type d'établissements sont indépendants ? justifier votre réponse pour les niveaux de signification $\alpha = 5\%$ et 10%.

*************** °°° ***************

Exercice 4 : Un pré-test a été effectué pour évaluer un nouveau jus d'orange. Des personnes ont été choisies au hasard respectivement dans 2 départements de la région Rhône-Alpes. On a remis à chaque personne le jus d'orange selon trois types de contenant (Verre, Plastique, Pack). A l'issue d'une période d'essai d'une semaine, les préférences se présentent comme suit :

Contenant & Département	Isère (38)	Rhône (69)
Bouteille en verre	25	85
Bouteille en plastique	15	15
Pack en carton	50	10
Total	90	110

On veut analyser le comportement des consommateurs de chacun de ces départements concernant la préférence du jus d'orange selon son contenant.

L'hypothèse nulle H_0 que l'on veut tester est la suivante : "La préférence du jus d'orange suivant les trois contenants retenus se répartit de façon identique dans les 2 départements de la région".

Choisir le test adéquat, puis conclure. Localiser la ou les disparité(s) si l'hypothèse nulle H_0 est rejetée.

*************** °°° ***************

Exercice 5 : D'après les résultats d'un sondage électoral effectué auprès de 300 Lyonnais(e)s de plus de 18 ans et d'après les statistiques INSEE (fictives) suivantes :

Classes d'âges	$[18-25[$	$[25-35[$	$[35-45[$	$[45-55[$	55 ans et +	Total
Effectifs observés	41	68	95	46	50	300
Statistiques INSEE	15%	20%	30%	17%	18%	100%

Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'échantillon prélevé est représentatif de la population Lyonnaise en âge de voter ?

*************** °°° ***************

Exercice 6 : On a relevé deux échantillons de prix d'un produit en € dans deux régions d'un même pays, l'une au sud, l'autre au nord.

Sud : n = 10	4,0	5,5	6,5	7,0	8,0	5,0	9,5	10,5	11,0	14,0
Nord : m = 10	7,5	6,0	8,5	12,5	12,0	8,0	10,0	15,0	14,0	21,0

Quelle est l'hypothèse statistique à tester ? Doit-on rejeter l'hypothèse nulle au seuil $\alpha = 5\%$? $\alpha = 10\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 7 : La direction du personnel d'une entreprise a effectué un relevé du nombre de personnes qui ne se sont pas présentées au travail sur une période de 200 jours.

Nbre de personnes absentes	0	1	2	3	4	5	6+
Nbre de jours	12	21	48	46	36	26	11

Elle affirme que le nombre de personnes absentes en une journée se comporte selon une loi de Poisson avec un taux moyen d'absentéisme de 3 personnes par jour. Est-ce que l'affirmation de la direction vous paraît vraisemblable avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 8 : Lors d'une étude biologique portant sur une certaine espèce de mollusque, on a mesuré le taux de protéines de 36 individus appartenant à cette espèce. On a obtenu les résultats suivants :

Taux de protéines (mg)	$]0-1,5]$	$]1,5-3]$	$]3-4,5]$	$]4,5-6]$	$]6-7,5]$	$]7,5-9]$	$]9-10,5[$
effectifs	8	7	4	9	2	3	3

a) Estimer la moyenne et l'écart type de la population.

b) Peut-on admettre avec un seuil $\alpha = 5\%$, que le taux de protéines est normalement distribuée ?

*************** °°° ***************

Exercice 9 : Dans une chaîne de fabrication d'une pièce mécanique de précision, on prélève chaque heure un lot de 20 pièces. On compte pour chaque lot ainsi contrôlé le nombre de pièces défectueuses. Après avoir observé 200 échantillons indépendants, on a obtenu les résultats suivants :

Nbre de pièces défectueuses par lot de 20 pièces : x	0	1	2	3	4	5	6	7+
Nbre de fois où l'on a rencontré x pièces défectueuses	26	52	56	40	20	2	0	4

Si X désigne la variable aléatoire réelle associée au nombre de pièces défectueuses par échantillon de 20 pièces, à quelle loi peut-on ajuster la loi empirique observée ? Faire le test correspondant avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$.

*************** °°° ***************

Exercice 10 : Les deux ensembles de nombres suivants représentent les résultats d'un échantillon de 12 hommes et d'un échantillon de 15 femmes auxquels on a fait subir un test de mesure de l'un de leur seuil de tolérance. Les résultats obtenus sont les suivants :

$n_1 = 12$ Hommes	25	30	28	34	24	25	13	32	24	30	31	35			
$n_2 = 15$ Femmes	44	34	22	8	47	31	40	30	32	35	18	21	35	29	22

a) Rappeler les conditions d'application du test de Wilcoxon-Mann-Whitney.

b) Calculer $E(W) = n_1(n_1 + n_2 + 1)/2$ et $V(W) = n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)/12$.

c) Formuler les hypothèses à tester. Quelle est la valeur de la statistique de ce test sous l'hypothèse nulle H_0 ? Doit-on rejeter l'hypothèse H_0 au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

*************** °°° ***************

Exercice 11 : Dans le cadre d'une expertise clinique de validation d'un médicament M, on administre à 10 malades, successivement à chacun et dans un ordre tiré au sort, le médicament M et une même dose d'un médicament de référence R.

Les effets de ces deux substances sont gradués sur une échelle de 0 à 10. Les résultats pour chacun des 10 malades sont consignés dans le tableau suivant :

Malade	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Médicament M	5	4	2	3	4	3	8	5	4	5
Médicament R	6	3	3	1	1	3	4	2	5	7

a) Comment appelle-t-on ce type de séries de mesures ?

b) Formuler les hypothèses à tester et justifier le choix d'un test non paramétrique.

c) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les 2 médicaments ont des effets significativement différents ?

*************** °°° ***************

Exercice 12 : Une revue spécialisée dans l'évaluation de produits électroniques pour le bénéfice des consommateurs, a évalué les récepteurs stéréophoniques de diverses marques. L'évaluation globale de chaque appareil sur une échelle de 0 (très mauvaise qualité) à 10 (excellente qualité) ainsi que le prix suggéré sont les suivants :

Marque	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
Appréciation globale	7,5	8,4	8,0	8,8	9,0	7,0	7,4	7,7	8,3	8,6
Prix	2,7	7,5	6	5,5	4	4	9	4	2,2	9,9

a) Calculer le coefficient de corrélation de rang de Spearman.

b) Tester au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse nulle H_0 selon laquelle l'appréciation globale et le prix sont indépendants.

*************** °°° ***************

Exercice 13 : L'aide sociale départementale octroie une aide-ménagère aux personnes âgées à domicile qui ont des difficultés à effectuer seules certaines tâches du quotidien. Les contrôleurs de ce service social utilisent un outil d'évaluation du niveau de dépendance de la personne. Le test évalue la facilité avec laquelle les tâches de base peuvent être effectuées par la personne et fournit une évaluation globale de ses capacités sur une échelle allant de 1 pour une faible capacité à 4 pour une bonne capacité.

Les résultats de deux experts qui ont évalué les capacités des mêmes 24 personnes âgées sont présentés dans le tableau suivant :

		Expert 2				
	Capacité	Faible	Plutôt faible	Plutôt bonne	Bonne	Total
Expert 1	Faible	4	0	1	0	5
	Plutôt faible	0	7	1	1	9
	Plutôt bonne	1	0	2	1	4
	Bonne	0	1	0	5	6
	Total	5	8	4	7	24

Estimer la concordance des experts quant à l'évaluation de la capacité des personnes âgées.

*************** °°° ***************

Exercice 14 : L'adoption définitive d'un texte de loi déposé par le gouvernement nécessite son vote dans les mêmes termes par l'Assemblée nationale et le Sénat. Les deux assemblées vont examiner le texte tour à tour, chaque texte adopté par une assemblée est aussitôt transmis à l'autre assemblée. Le tableau de contingence ci-dessous donne la répartition de 154 propositions de loi déposées par le gouvernement et soumises au vote des députés, puis des sénateurs.

		Assemblée nationale		
	Propositions de loi	Adoptée	Rejetée	Total
Sénat	Adoptée	122	12	134
	Rejetée	6	14	20
	Total	128	26	154

Comment peut-on évaluer les votes de ces deux assemblées ?

*************** °°° ***************

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2 — UNIVERSITÉ DE LYON

Fiche A : TD 1, 2 et 3

Indications & résultats - Estimation de paramètres

(Estimations ponctuelle - intervalle de confiance : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : Usage des tables du khi-deux et de Student : a) $z = 30.58$; $z_1 = 6.262$; $z_2 = 27.488$ $80\% < P(Z \leq 20) < 90\%$; b) $t = 2.228$; $t_1 = -1.812$; $t_2 = 2.764$.

Exercice 2 : Usage de la table de Fisher-Snédécor : a) $f = 4.47$ b) $f = 0.1131$ c) $f_1 = 0.069$ $f_2 = 5.99$ d) $f_1 = 0.1678$ $f_2 = 3.48$ e) $f_1 = 0.1131$ $f_2 = 5.99$

Exercice 3 : a) $N(m = 150\,;\, \sigma^2 = (\frac{20}{\sqrt{15}})^2)$ b) 2.62% c) 95.44% d) 30.86% e) 36 sachets.

Exercice 4 : a) $[16.5\%\ ,\ 19.5\%]$ $b)$10000

Exercice 5 : a) 14.69% b) 1 mm

Exercice 6 : a) 58% ; b) Le taux de sondage $t = \frac{n}{N} = \frac{100}{500} = 20\%$; c) $t > 10\%$, il faut impérativement corriger la variance de l'estimateur en appliquant le facteur de correction : $\frac{(N-n)}{(N-1)}$ Statistique de test :
$(\widehat{P}_n - p)\sqrt{\frac{pq}{n}\frac{(N-n)}{(N-1)}} \to N(0,1)$; $u_{\frac{\alpha}{2}=0.5\%} = \mp 2.58$; $I.C._{1-\alpha=99\%} : p \in [46.60\%\ ,\ 69.40\%]$
d) Marge d'erreur $E = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}\widehat{q}(N-n)}{n(N-1)}} = 11.40\%$; e) $n \geq 283$ employés

Exercice 7 : a) $\alpha = 5\%$; $u_{2.5\%} = \mp 1.96$; $n \geq 9604$ électeurs ; $\alpha = 1\%$; $u_{0.5\%} = \mp 2.58$; $n \geq 16641$ électeurs. b) $[49.5\%\ ,\ 50.5\%]$ $c)$ n(x) = 38416 x(1 - x).

Exercice 8 : a) $I.C._{1-\alpha=95\%} : \sigma \in [0.0592; 0.1418]$ b) $\alpha = 5\%$ c) Statistique de test : $\frac{(\overline{X}_{12}-m)}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}} \to T_{n-1=11\ d.d.l.}$
$P(\overline{X}_{12} \leq 0.30) \geq 0.95 \Rightarrow P(T_{11} \leq \frac{(0.30-m^*)}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}}) \geq 0.95 \Rightarrow \frac{(0.30-m^*)}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}} \geq 1.7959 \Rightarrow m^* \leq 0.2567$.
(cf table de student à 11 d.d.l.).

Exercice 9 : a) $\bar{x}_{12} = 455g$ et $s_{12} = 97.95$g b) $\sigma^2 \in [5251.94\ ;\ 30168.39]$

Exercice 10 : a) $I.C._{1-\alpha=99\%}$ de la résistance moyenne à l'éclatement m, variance connue $\sigma^2 = 3^2$. Statistique de test : $\frac{(\overline{X}_n-m)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \to N(0\,;\,1)$. La marge d'erreur - Précision : $E = u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.5758 \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 2.44$,
avec cf. Table N(0,1) : $u_{\frac{\alpha}{2}=0.5\%} = 2.5758$; $\bar{x}_{10} = 219$; $m \in [\,216.56\ kg/cm^2\ ;\ 221.44\ kg/cm^2\,]$.
b) On cherche le nombre d'essais n^* tel que la marge d'erreur dans l'estimation de la moyenne :
$E^* = u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n^*}} \leq 1 \Rightarrow n^* \geq (\frac{u_{\frac{\alpha}{2}}\times\sigma}{E^*})^2 = (\frac{2.5758\times 3}{1})^2 = 59.71 \simeq 60$. Il faudrait donc que $n^* \geq 60$ essais.

Exercice 11 : a) $I.C._{1-\alpha}$ de la proportion p d'employés favorables à la réduction du temps de travail. Condition nécessaire d'application : $n = 600 > 30$. La statistique de test : $\frac{(\widehat{P}_n-p)}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \to N(0,1)$. La marge d'erreur : $E = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}\widehat{q}}{n}}$ avec une proportion observée : $\widehat{p} = \frac{450}{600} = 75\%$ et $\widehat{q} = 1 - \widehat{p} = 25\%$.
Pour $1-\alpha = 95\%$; $\alpha = 5\%$, $u_{\frac{\alpha}{2}=2.5\%} = \pm 1.96$; $E = 3.5\%$; $p \in [71.5\%\ ;\ 78.5\%]$
Pour $1-\alpha = 98\%$; $\alpha = 2\%$, $u_{\frac{\alpha}{2}=1\%} = \pm 2.33$; $E = 4.1\%$; $p \in [70.90\%\ ;\ 79.10\%]$
Pour $1-\alpha = 99\%$; $\alpha = 1\%$, $u_{\frac{\alpha}{2}=0.5\%} = \pm 2.58$; $E = 4.6\%$; $p \in [70.40\%\ ;\ 79.60\%]$
b) $E = \frac{(0.78-0.72)}{2} = 3\% = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{pq}}{n}} \Rightarrow u_{\frac{\alpha}{2}} = E\sqrt{\frac{n}{\widehat{pq}}} = 0.03\sqrt{\frac{600}{0.75\times 0.25}} = 1.697$.
$\Phi(1.697) = 95.5\% = 1 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 4.5\% \Rightarrow \alpha = 9\% \Rightarrow 1-\alpha = 91\%$. cf.Table N(0 , 1).
c) Pour réduire de moitié la précision de cet intervalle, il faut prélevé un échantillon 4 fois plus grand : $n^* = 2^2 \times n = 4 \times 600 = 2400$ employés. En effet, on cherche n^* tel que la marge d'erreur $E^* = 1.5\% = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{pq}}{n^*}} \Rightarrow n* = (\frac{u_{\frac{\alpha}{2}}}{E^*})^2\widehat{p}\times\widehat{q} = (\frac{1.697}{0.015})^2 \times 0.75 \times 0.25 = 2399.84 \simeq 2400$.

Exercice 12 : $n = 10$; $E(X) = \bar{x}_{10} = 39.68$; $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = s_{10}^2 = 1.33 \Rightarrow s_{10} = \sqrt{1.33} = 1.15$

$s_{10}^* = s_{10}\sqrt{\frac{10}{9}} = 1.21$ Statistique de test : $\frac{(\overline{X}_n - m)}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}} \to T_{n-1=9\,d.d.l.}$

a) Marge d'erreur : $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_n^*}{\sqrt{n}}$; $I.C._{1-\alpha} : \overline{X}_n - E \leq m \leq \overline{X}_n + E$ cf. Table de Student à 9 d.d.l.

1) $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{5\%} = 1.833$; $E = 0.70$; $I.C._{90\%} : 39.68 \pm 0.70$

2) $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{2.5\%} = 2.262$; $E = 0.87$; $I.C._{95\%} : 39.68 \pm 0.87$

3) $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1\%} = 2.821$; $E = 1.08$; $I.C._{99\%} : 39.68 \pm 1.08$

b) On cherche n^* telle que : $n^* = (\frac{t_{2.5\%} s^*}{E})^2 = 252.19 \approx 253$ tiges, avec $t_{2.5\%} \approx u_{2.5\%} = 1.96$ (approximation du fractile de la loi de Student qui dépend de $n* > 30$ par celui de la loi normale.

c) $t_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E\sqrt{n}}{s^*} = 2.82 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 1\%$ cf. Table Student à 9 d.d.l. $\alpha = 2\%$ et $1 - \alpha = 98\%$.

Exercice 13 : a) $I.C._{95\%} : \sigma^2 \in [1.613 \,;\, 5.746]$ b) la variance de l'épaisseur de cette matière isolante n'est pas significativement différent de celle de référence $\sigma_R^2 = 2.25^2 = 5.0625 \in I.C._{95\%}$ de σ^2.

c) $I.C._{95\%} : m \in [11.24\,mm \,;\, 12.76\,mm]$ d) L'épaisseur moyenne de cette matière isolante n'est pas significativement différente de celle de la moyenne minimale autorisée : $m_M = 12.5 \in I.C._{95\%}$.

e) $E = 0.9157$; $n = 21$; $s^* = 1.66$; $t_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E\sqrt{n}}{s^*} = 2.5279$ cf. Table Student à $n - 1 = 20$ d.d.l.

$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 1\%$ d'où un risque d'erreur $\alpha = 2\%$ et un niveau de confiance $1 - \alpha = 98\%$.

*************** °°° ***************

Indications & résultats - Estimation de paramètres
(Intervalle de confiance : comparaisons de moyennes, proportions et variances)

Exercice 1 : a) Echantillons appariés. On pose D = X - Y ; $m_D = m_x - m_y$; $I.C._{95\%}$ de $m_D \in [-0.19; 2.99]$.

b) Si $\alpha = 5\%$, non il n'y a pas de différence significative car $0 \in I.C._{95\%}$ de m_D.

Si $\alpha = 10\%$, $I.C._{90\%}$ de $m_D \in [0.11; 2.69]$, oui il y a une différence significative car $0 \notin I.C._{90\%}$ de m_D. c) Echantillons indépendants. $I.C._{95\%}$ de $\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \in [0,294; 4,765]$ ou I.C.$_{95\%}$ de $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \in [0,210; 3.405]$

d) $I.C._{95\%}$ de $(m_x - m_y) \in [-11,43; 2,23]$.

e) Oui, car $\forall \alpha \in]0\%, 10\%]$, on aura toujours $1 \in I.C._{1-\alpha}$ de $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \Rightarrow \sigma_x^2 \approx \sigma_y^2$

et $0 \in I.C._{1-\alpha}$ de $(m_x - m_y) \Rightarrow$m$_x \approx m_y$.

Exercice 2 : I.C 95% de la différence de proportions $(p_A - p_B) \in [-5.16\%; 10.62\%]$ pas de différence significative.

Exercice 3 : a) $0,352 \pm 0,084$ $0,320 \pm 0,091$ b) $0,032 \pm 0,124$; comme $0 \in [-0.092; 0,156]$, on conclut avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la publicité A est aussi efficace que celle de B $(p_A \approx p_B)$ c) Oui.

Exercice 3 : I.C 95% de la différence des moyennes $(m_A - m_B)$: $[-0.0817; 0.6817]$. Comme $0 \in$ I.C., on peut conclure avec un risque d'erreur de 5% que les notes moyennes des deux correcteurs ne sont pas significativement différentes.

Exercice 4 : a) Différence des prix moyens du carburant (variances inconnues, n_V et n_C grands échantillons (> 30)). $I.C95\%$ $(m_V - m_C) \in [-0.4232; 0.5032]$. Comme $0 \in I.C.95\%$, on peut conclure avec un risque d'erreur de 5%, que les prix moyens du carburant de ces 2 stations ne sont pas significativement différents $(\sigma_V^2 \approx \sigma_C^2)$.

b) $I.C_{1-\alpha=95\%}$ du rapport des variances des prix $\frac{\sigma_C^2}{\sigma_V^2} \in [1.570 \,;\, 5.778]$. Comme $1 \notin$ I.C., on peut conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les variances des prix du carburant de ces 2 stations ne sont pas égales.

Exercice 5 : a) $\alpha = 5\%$, $f_{(\frac{\alpha}{2}\,,4\,,4)} = 0.104$; $f_{(1-\frac{\alpha}{2}\,,4\,,4)} = 9.604$; $\frac{\sigma_A^2}{\sigma_N^2} \in [1.29 \,;\, 119.02]$. La valeur 1 n'appartient pas à l'intervalle de confiance, on peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que les variances des scores sont différentes : $\sigma_N^2 \neq \sigma_A^2$ b) $I.C_{1-\alpha=95\%}$ de $(m_N - m_A)$: échantillons de petites tailles, variances inconnues, différentes avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$. $\nu = 4.64$ d.d.l. Table de Student : t$_{(\frac{\alpha}{2}\,,4\,d.d.l.)} = 2.7764$; t$_{(\frac{\alpha}{2}\,,5\,d.d.l.)} = 2.5706$, $t_{(\frac{\alpha}{2}\,,4.64\,d.d.l.)} = 2.6444$: interpolation linéaire. $(m_N - m_A) \in [14.02 \,;\, 31.98]$. La valeur 0 n'appartient pas à l'intervalle de confiance, on peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que les scores moyens des boissons sont différents : $m_N \neq m_A$.

Exercice 6 : a) En supposant que ($\sigma_C^2 \approx \sigma_E^2$), I.C 95% de la différence $(m_C - m_E) \in [2.931; 9.069]$.
b) On constate que l'intervalle calculé ne contient pas la valeur d'égalité des moyennes $((m_C - m_E) = 0 \Leftrightarrow m_C = m_E)$, on peut conclure au seuil de 5%, que la drogue administrée aux sujets du groupe expérimental a une influence significative sur la coordination psychomotrice.
c) L'estimation de la variance lorsque m est inconnue : $s^{*2} = 10.67$
d) I.C 95% du rapport des variances $\frac{\sigma_C^2}{\sigma_E^2} \in [0.3474; 5.642]$. Comme $1 \in$ I.C., on vérifie ainsi au seuil $\alpha = 5\%$, l'égalité supposée des variances des résultats ($\sigma_C^2 \simeq \sigma_E^2$).

Exercice 7 : a) oui, $I.C._{95\%}$: $\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \in [0.159 ; 1.946]$
b) $I.C._{95\%}$ de $(m_x - m_y) \in [-0.618 ; 7.878]$. La constatation du propriétaire n'est pas confirmée avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, car $0 \in I.C._{95\%}$ de $(m_x - m_y)$. On peut donc considérer que les C.A. moyens sont égaux, $m_x \simeq m_y$.
c) Pour confirmer cette constatation, il faudrait que $0 \notin I.C._{95\%}$ de $(m_x - m_y)$, c'est-à-dire que la marge $E = t_{\frac{\alpha}{2}} s^* \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}} \leq (\bar{x} - \bar{y}) = 3.63 \Rightarrow t_{\frac{\alpha}{2}} \leq 1.772$.
Cf table de Student, $P[T_{22} \leq 1.772] = 95.49\% = 1 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 4.51\%$. Il faudrait donc prendre un risque d'erreur α d'au moins 9.2%.

*************** °°° ***************

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2 — UNIVERSITÉ DE LYON

Fiche B : TD 4 et 5

Indications & résultats - Tests paramétriques
(Tests d'hypothèses : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : a) Non, $\alpha = 2\%$, $2:088 < k_0 = 11.25 < 21.67$ alors Non-Rejet de H_0. On peut conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 2\%$ que la variance de la résistance à l'éclatement des réservoirs n'est pas significativement différente de 8 $(kg/cm^2)^2$. b1) Non, $\alpha = 2\%$, $-2.8214 < t_0 = -2.5 < 2.8214$ alors Non-Rejet de H_0. b2) Oui, $\alpha = 2\%$, $t_0 = -2.5 < -2.3984$ alors Rejet de H_0.

Exercice 2 : a) Non, $\alpha = 5\%$, $u_0 = -0.9428 > -1.645$ alors Non-Rejet de H_0 ; b) $\alpha \geq 17.29\%$

Exercice 3 : a) Non, $\alpha = 5\%$, $-1.96 < u_0 = -1 < 1.96$ alors Non-Rejet de H_0 ;
b) Non, $\alpha = 5\%$, $u_0 = 1.633 < 1.645$ alors Non-Rejet de H_0.

Exercice 4 : a1) $k_0 = 34.29 < k_{5\%} = 34.76$ Rejet de H_0, la volatilité du titre est significativement ($\alpha = 5\%$) inférieure à 5 €. a2) $k_0 = 34.29 \in [32.36 ; 71.42]$ Non rejet de H_0, la volatilité du titre n'est pas significativement ($\alpha = 5\%$) différente de 5 €.
b1) $t_0 = 1.897 \in [-2.009 ; 2.009]$ Non rejet de H_0, le cours moyen du titre Peugeot PSA n'est pas significativement ($\alpha = 5\%$) différent de 20 €. b2) $t_0 = 1.897 > t_{5\% \,;\, 50\, d.d.l.} = 1.676$ Rejet de H_0, le cours moyen du titre Peugeot PSA est significativement ($\alpha = 5\%$) supérieur à 20 €.

Exercice 5 : Il s'agit là de différents types de tests de la moyenne (variance connue). Tests de la moyenne à une valeur de référence donnée $m_0 = 50$, selon différents risques d'erreur choisis. La valeur de la statistique de test sous l'hypothèse nulle H_0, reste inchangée égale à $u_0 = \frac{(\bar{x}_n - m_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(49-50)}{\frac{3}{\sqrt{30}}} = -1.826$.

a1) $H_0 : m \geq m_0 = 50$ contre $H_1 : m < m_0 = 50$. Pour $\alpha = 5\%$, oui, la <u>diminution</u> observée de $1cm^3$ est significative : $u_0 = -1.826 < u_{5\%} = -1.645$ alors Rejet de H_0.
a2) $H_0 : m \geq m_0 = 50$ contre $H_1 : m < m_0 = 50$. Pour $\alpha = 1\%$, non, la <u>diminution</u> observée de $1cm^3$ n'est pas significative : $u_0 = -1.826 > u_{1\%} = -2.33$ alors Non-Rejet de H_0
b1) $H_0 : m = m_0 = 50$ contre $H_1 : m \neq m_0 = 50$. Pour $\alpha = 5\%$, non, la <u>différence</u> observée de $1cm^3$ n'est pas significative : $u_{2.5\%} = -1.96 < u_0 = -1.826 < u_{97.5\%} = 1.96$ alors Non-Rejet de H_0.
b2) $H_0 : m = m_0 = 50$ contre $H_1 : m \neq m_0 = 50$. Pour $\alpha = 1\%$, non, la <u>différence</u> observée de $1cm^3$ n'est pas significative : $u_{0.5\%} = -2.58 < u_0 = -1.826 < u_{99.5\%} = 2.58$ alors Non-Rejet de H_0.
c) Pour un risque bilatéral $\alpha = 5\%$, $\beta = 21.84\%$ si $m_1 = 48.50 cm^3$ $\beta = 16.84\%$ si $m_1 = 48.40\, cm^3$ et $\beta 12.65\%$ si $m_1 = 48.30\, cm^3$.

Exercice 6 : a) $p_0 = 50\%$; $\widehat{p} = \frac{270}{500} = 54\%$. Statistique de test : $\frac{\widehat{P} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \hookrightarrow N(0\,;\,1)$ Test bilatéral symétrique d'une proportion à une valeur donnée. Hypothèse statistiques : $H_0 : p = p_0$ stabilité contre $H_1 : p \neq p_0$
La valeur de la statistique de test sous $H_0 : p = p_0 = 50\%$, $u_0 = \frac{(0.54-0.50)}{\sqrt{\frac{0.50.5}{500}}} = 1.79$

Test bilatéral : comme $u_0 = 1.79 \in [-1.96 ; 1.96]$ appartient à la zone de Non-Rejet de H_0, on peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la proportion d'utilisateurs de cartes bancaires après l'€ n'est pas significativement différente de celle avant l'€, elle est restée stable.
Test Unilatéral risque à droite : comme $u_0 = 1.79 > u_{5\%} = 1.645$ appartient à la zone de Rejet de H_0, on peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la proportion d'utilisateurs de cartes bancaires après l'€ est significativement plus grande que celle avant l'€, elle a donc augmenté.
b) Sous $H_0 : p = p_0 = 50\%$, la marge d'erreur $E = u_{\frac{\alpha}{2} = 2.5\%} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{500}} = 4.38\%$. La zone de Non-Rejet de H_0 : [45.62% ; 54.38%]. Risque de $2^{ème}$ espèce : β = P(Non-Rejet de H_0 / H_1]
$\beta = P[(0.4562 \leq \widehat{P}_n \leq 0.5438 / H_1 : p_1 = 43\%] = P[\frac{(0.4562-0.43)}{\sqrt{\frac{0.43\times0.57}{500}}} \leq U \leq \frac{(0.5438-0.43)}{\sqrt{\frac{0.43\times0.57}{500}}}] = \Phi(5.1399) - \Phi(1.1834) = 11.83\%$ cf. Table N(0,1) et la puissance du test $1 - \beta(43\%) = 88.17\%$.

Exercice 7 : a) Hypothèses statistiques : $H_0 : m = 800$ h contre $H_1 : m < 800$ h. b) Le Risque de 1ère espèce : α = P(Rejet de H_0 / H_0) = P[$\overline{X}_n \leq 781.20 / H_0 : m = 800] = P[U \leq \frac{(781.20-800)}{\frac{50}{\sqrt{25}}} = \Phi(-1.88) = 1 - \Phi(1.88) = 3\%$ cf. Table N(0,1). c) Les Risques de 2ème espèce : $\beta(770)$ = P(Non-Rejet de H_0 / H_1: $m = 770] = P[\overline{X}_n \geq 781.20 / H_1 : m = 770] = P[U \geq \frac{(781.20-770)}{\frac{50}{\sqrt{25}}} = 1 - \Phi(1.12) = 13.14\%$ cf. Table N(0,1). $\beta(772) = 1 - \Phi(0.92) = 17.88\%$; $\beta(775) = 1 - \Phi(0.62) = 26.76\%$; $\beta(778) = 1 - \Phi(0.32) = 37.45\%$ cf. Table N(0,1).

*************** °°° ***************

Indications & résultats - Tests Paramétriques
(Tests d'hypothèses : comparaison de 2 moyennes, 2 proportions et 2 variances)

Exercice 1 : a) La dispersion autour de la moyenne est légèrement plus forte dans le groupe contrôle que dans le groupe expérimental. b) Les échantillons utilisés doivent être aléatoires simples et indépendants. La variable étudiée doit être distribuée selon une loi normale dans les deux populations dont sont extraits les échantillons.
c) $H_0 : \sigma_C^2 = \sigma_E^2$ Les variances des deux populations sont égales contre $H_1 : \sigma_C^2 \neq \sigma_E^2$.
Les variances des deux populations sont différentes.
d) Pour 9 et 7 d.d.l., $0.238 < f_0 = 1.174 < 4.82$, la valeur observée de la statistique de test sous H_0 appartient à la zone d'acceptation de H_0, on peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les variances sont égales ($\sigma_C^2 \simeq \sigma_E^2$).

Exercice 2 : a) Petits échantillons indépendants - $n_H = 13$ et $n_F = 16$. Statistique de test : $\frac{\sigma_F^2}{\sigma_H^2} \frac{S_H^{*2}}{S_F^{*2}} \rightarrow F_{(12;15)\,d.d.l.}$.
Niveau de confiance : $1 - \alpha = 95\% \Rightarrow$ risque d'erreur : $\alpha = 5\%$. Les fractiles de la loi de Fisher : $f_2 = 2.96$ et $f_1 = \frac{1}{3.18} = 0.3145$ cf. Table de la loi de Fisher $F_{(12;15)}$. Estimation des variances : $s_H^{*2} = \frac{n_H}{n_H - 1} s_H^2 = \frac{13}{12} 17.95^2 = 349.05$ et $s_F^{*2} = \frac{n_F}{n_F - 1} s_F^2 = \frac{16}{15} 10.45^2 = 116.48$ Statistique de test sous $H_0 : \sigma_H^2 = \sigma_F^2 : f_0 = \frac{S_H^{*2}}{S_F^{*2}} = \frac{349.05}{116.48} = 2.997$ Conclusion : $f_0 = 2.997 \notin [0.3145 ; 2.96]$, on peut donc conclure qu'il y a une différence significative entre les variances des salaires nets moyens des hommes et des femmes, $\sigma_H^2 \neq \sigma_F^2$ avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$.
b) Comparaison de 2 moyennes - Variances : $\sigma_H^2 \neq \sigma_F^2$. Test unilatéral risque à droite.
$H_0 : m_H \leq m_F$ contre $H_1 : m_H > m_F$. Statistique de test : $\frac{(\overline{X}_H - \overline{X}_F) - (m_H - m_F)}{\sqrt{\frac{s_H^{*2}}{n_H} + \frac{s_F^{*2}}{n_F}}} \mapsto T_{\nu\, d.d.l.}$;
$\alpha = 5\%$; écart moyen observé : $\bar{x}_H - \bar{x}_F = 2410 - 1962 = 448$€. Calcul du nombre de degrés de liberté ν : expression de Welch-Satterthwaite : $\nu = \frac{(\frac{s_H^{*2}}{n_H} + \frac{s_F^{*2}}{n_F})^2}{\frac{s_H^{*4}}{n_H^2(n_H-1)} + \frac{s_F^{*4}}{n_F^2(n_F-1)}} = 18.31$.
Interpolation linéaire : fractile de la loi de Student à $\nu = 18.31$ d.d.l. $\overline{cf. Table de Student:}$
$t_{(5\%\,;\,\nu=18\,d.d.l.)} = 1.7341$; $t_{(5\%\,;\,\nu=19\,d.d.l.)} = 1.7291 \Rightarrow t_{(\alpha=5\%\,;\,\nu=18.31\,d.d.l.)} = 1.7325$. Calcul de la statistique de test sous $H_0 : m_H - m_F = 0 \Leftrightarrow m_H = m_F : t_0 = \frac{(2410-1962)-0}{\sqrt{\frac{349.05}{13} + \frac{116.48}{16}}} = 72.20$. Vu que $t_0 = 72.20 > t_{5\%} = 1.7325$, t_0 appartient à la zone de rejet de H_0. L'écart observé de 448 € entre les salaires nets moyens est significatif, il n'est donc pas attribuable aux fluctuations d'échantillonnage. On peut donc conclure avec un risque d'erreur de 5%, que le salaire net moyen des hommes est significativement plus grand que celui des femmes.

Exercice 3 : La rumeur est vérifiée, en moyenne, il y a eu un effet €, les prix des quotidiens ont significativement ($\alpha = 5\%$) augmenté depuis le passage à l'€.

Exercice 4 : a) Echantillons appariés de petites tailles. Condition d'application d'un test paramétrique : il faut que la différence des rendements suive une loi normale. b) Résultat du test paramétrique, pas de différence significative entre les deux traitements ; ils conduisent au même rendement.

Exercice 5 : a) La valeur t_0 de la statistique de test sous H_0 : $1.982 < t_0 = 1.936 < 1.982$ alors Non-Rejet de H_0. On conclut donc que sous H_0, on n'a pas mis en évidence de différence significative entre le score d'identification nationale et celui d'identification européenne. Il s'agit là d'un test bilatéral symétrique de 2 échantillons appariés. b) Test unilatéral à droite : la valeur t_0 de la statistique de test sous H_0, $t_0 = 1.936 > 1.659$ alors Rejet de H_0. On accepte l'hypothèse alternative H_1 : le score d'identification national est supérieur au score d'identification européenne.

Exercice 6 : La valeur de la statistique de test sous H_0, $-1.96 < u_0 = 0.527 < 1.96$ est dans la zone d'acceptation de H_0 , au seuil de signification $\alpha = 5\%$, on ne peut donc pas conclure à une différence significative des rémunérations selon le sexe.

Exercice 7 : a) Test bilatéral symétrique : la valeur u_0 de la statistique de test sous H_0 : $u_0 = 1.742 \in [-1.96; 1.96]$ alors Non-Rejet de H_0. On peut conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les prix moyens des deux titres ne sont pas différents.Ou encore, Non-Rejet de H_0 vu que $0 \in I.C._{95\%}$: $[-0,213\ ;\ 3,613]$.
b) Test unilatéral risque à droite : sous H_0, $u_0 = 1.742 > u_{\alpha=5\%} = 1.645$, Rejet de H_0, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, on peut conclure que le prix moyen du titre Société Générale est significativement plus grand que celui du titre AXA.

Exercice 8 : a) Test unilatéral risque à droite d'une proportion à une valeur donnée : $u_0 = 0.490 < u_{5\%} = 1.645$ Non-Rejet de H_0, la proportion de sénateurs favorables à la réfome n'est pas significativement supérieure à 50%. b) Puissance du test : $1 - \beta = 94.06\%$.
c) Test unilatéral risque à droite de la différence de 2 proportions : $u_0 = 2.343 > u_{5\%} = 1.645$
Rejet de H_0, les sénateurs sont significativement plus favorables à la réforme des retraites que les députés.

*************** °°° ***************

Fiche C : TD 6 et 7

Indications & résultats - Tests non-paramétriques (Tests du Khi-deux (Indépendance, Homogénéité et adéquation), test de Wilcoxon-Mann-Withney, test de Wilcoxon, test de corrélation de rangs de spearman)

Exercice 1 : Statistique de test du khi-deux sous l'hypothèse nulle d'indépenance H_0 : $k_0 = 13.83$
Vu que $k_0 = 13.83 > k_{\alpha=5\%\ ,\ 2\,d.d.l.} = 5.99$, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, on rejette H_0. On peut donc conclure que la formation initiale de l'étudiant influe sur sa réussite au concours.

Exercice 2 : a) 60% ; 64% ; 36% ; 60% ; 56.25% b) $k_0 = 2.6042 < k_{(\alpha=5\%\ ,1\,d.d.l.)} = 3.84$, Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 d'indépendance. On n'a pas mis en évidence de lien entre la présence de la contamination et le niveau de consommation du produit.

Exercice 3 : a) Test d'homogénéité - Statistique de test sous H_0 : $k_0 = 5.84$.
pour $\alpha = 5\%$: vu que $k_0 = 5.84 < k_{(5\%,2\,d.d.l.)} = 5.99$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle H_0. On peut conclure que la répartition est homogène selon le caractère sexe dans les 3 établissements.
pour $\alpha = 10\%$: vu que $k_0 = 5.84 > k_{(10\%,2\,d.d.l.)} = 4.605$, on rejette l'hypothèse H_0. On peut conclure que la répartition est non homogène selon le caractère sexe dans les 3 établissements.
b) pour $\alpha = 5\%$ on peut conclure que les 2 caractères sont indépendants, par contre pour $\alpha = 10\%$ le test ne s'applique pas.

Exercice 4 : Statistique de test du khi-deux d'homogénéité de 2 populations sous l'hypothèse nulle H_0 : $k_0 = 57.97$.
Comme $k_0 = 57.97 > k_{(5\%,2\,d.d.l.)} = 5.99$, on rejette H_0, on en conclut que les 2 départements n'ont pas un comportement homogène en ce qui concerne la préférence du contenant du jus d'orange.

Exercice 5 : Statistique de test du khi-deux d'ajustement sous l'hypothèse nulle H_0 : $k_0 = 2.486$. Le nombre de degrés de liberté $\nu = k - 1 - r = 4$, avec $k = 5$ modalités et $r = 0$, aucun paramètre estimé.
Vu que $k_0 = 2.486 < k_{(5\%,4\,d.d.l.)} = 9.49$, Non rejet de H_0. On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'échantillon considéré est représentatif de la population en âge de voter.

Exercice 6 : Statistique de test de Wilcoxon - Echantillons indépendants $W_S = 81$ et $W_N = 129$.
La statistique de test sous l'hypothèse nulle H_0 : $W_S = 81$. Au seuil de signification $\alpha = 5\%$, comme $W_S = 81 > w^* = 8$, cf. table de Wilcoxon, alors Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : les prix du produit sont identiques dans les 2 régions. Avec un risque d'erreur $\alpha = 10\%$, On utilisera l'approximation par une loi normale de la statistique de test de Wilcoxon avec : $E(W_S) = 105$ et $V(W_S) = 13.23^2$.
La statistique de test sous H_0 : $u_0 = \frac{W_S - E(W_S)}{\sqrt{V(W_S)}} = \frac{81-105}{13.23} = -1.85 \notin [-1.645\ ;\ 1.645]$: Zone de Non Rejet de H_0, avec les fractiles $u_{\frac{\alpha}{2}=5\%} = \pm 1.645$, cf. table N(0,1). On peut donc conclure avec un risque $\alpha = 10\%$, que les prix du produits sont différents dans les 2 régions.

Exercice 7 : Test d'ajustement à une loi de probabilité spécifiée sous l'hypothèse nulle H_0 : L'absentéisme journalier suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3$. La statistique de test sous H_0 : $k_0 = 7.166$.
Le nombre de degrés de liberté $\nu = p - 1 - r = 6$ d.d.l., avec $p = 7$ modalités et le nombre de paramètres estimés de la loi de probabilité $r = 0$, car le paramètre λ de la distribution de Poisson est connu et donné égal à $\lambda = 3$. Vu que $k_0 = 7.166 < k_{(\alpha=5\%,\nu=6\,d.d.l.)} = 12.592$, Non rejet de H_0.
L'affirmation est donc vraisemblable au seuil de signification $\alpha = 5\%$.
Rappel : Loi discrète infinie : $X \to P(\lambda)$, $(\lambda > 0)$; $P(X = k) = e^{-\lambda}\ \frac{\lambda^k}{k!}\ \ k = 0, 1, \cdots, +\infty$.

x_i	0	1	2	3	4	5	6+	total
O_i Observé	12	21	48	46	36	26	11	200
$p_i = P(X = x_i)$	0,0498	0,1494	0,2240	0,2240	0,1680	0,1008	0,0839	1,0000
T_i Théorique	9,9574	29,8722	44,8084	44,8084	33,6063	20,1638	16,7836	200
$\frac{(O_i - T_i)^2}{T_i}$	0.4190	2.6351	0.2273	0.0317	0.1705	1.6893	1.9930	$7.1659 = k_0$

Exercice 8 : a) Estimations ponctuelles des paramètres m et σ de la loi normale N(m ; σ^2) :

$\bar{x}_{36} = 4.21$, $s_{36} = 2.824 \Rightarrow s^*_{36} = 2.824\sqrt{\frac{36}{35}} = 2.86$

b) Test d'ajustement à une loi normale avec ses $r = 2$ paramètres estimés. $k_0 = 3.10 < k_{5\%} = 5.99$.

Non rejet de H_0 : le taux de protéines suit bien la loi normale : $N(m = 4.21\ ;\ \sigma^2 = 2.86^2)$

Exercice 9 : Test d'ajustement à une loi de probabilité spécifiée - Binomiale $X \to B(n = 20; p)$. Le nombre moyen de pièces défectueuses observées : $\bar{x} = E(X) = \sum_{i=0}^{7} \frac{N_i}{N} x_i = \frac{0\times 26+1\times 52+\cdots+7\times 4}{200} = \frac{402}{200} = 2.01$.

L'estimation ponctuelle de la proportion p dans la production - population : $\widehat{p} = \frac{\bar{x}}{n} = 10.05\%$.

En effet, dans la distribution observée, le nombre de pièces défectueuses est de :

$0\times 26 + 1\times 52 + \cdots + 7\times 4 = 402$ pièces défectueuses sur un total de $20\times 200 = 4000$ pièces.

La proportion de pièces défectueuses $\widehat{p} = \frac{402}{4000} = 10.05\%$.

Hypothèses statistiques : $H_0 : X \to B(n = 20; p = 10.05\%)$ contre $H_1 : X \nrightarrow B(n = 20; p = 10.05\%)$.

Il faut regrouper les deux dernières classes à faible effectif théorique, d'où le nombre de classes $k = 8-2 = 6$. Le nombre de degrés de liberté $\nu = k-1-r = 4$ d.d.l, avec $r = 1$ paramètre estimé p.

Le fractile de la loi du khi-deux à 4 d.d.l. cf table : $k_{\alpha=5\%} = 9.488$. Puisque la valeur de la statistique de test $k_0 = \sum_{i=1}^{k=6} \frac{(n_i-\widehat{n}_i)^2}{\widehat{n}_i} = 1.3452 < k_{\alpha=5\%} = 9.488$ alors non rejet de l'hypothèse nulle H_0.

On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le nombre de pièces défectueuses dans un lot de 20 pièces suit une loi Binomiale : $B(n = 20\ ;\ p = 10.05\%)$.

Rappel : Loi discrète finie : $X \to B(n\ ;\ p)$; $P(X = k) = C_n^k\, p^k\, (1-p)^{n-k}\ \ k = 0, 1, \cdots, n$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	total
n_i observés	26	52	56	40	20	2	0	4	200
$p_i = P(X = x_i)$	0,1202	0,2687	0,2852	0,1912	0,0908	0,0325	0,0091	0,0020	1
$\widehat{n}_i = n * p_i$ théoriques	24,0466	53,7339	57,0344	38,2343	18,1554	6,4911	1,8131	0,4052	200
n_i observés	26	52	56	40	20	6			200
$\widehat{n}_i = n * p_i$ théoriques	24,0466	53,7339	57,0344	38,2343	18,1554	8,7094			200

Exercice 10 : Statistiques de test de Wilcoxon ou Test de Mann-Whitney - Echantillons indépendants

b) $E(W_H) = 168$; $V(W_H) = 420$. c-1) Hypothèses statistiques : H_0 : les seuils de tolérance des hommes et des femmes sont identiques contre H_1 : les seuils de tolérance sont différents.

La statistique de test de Wilcoxon sous l'hypothèse nulle H_0 : $W_H = 153,5$. La somme des rangs du plus petit échantillon ($n_H = n_1 = 12$). Approximation normale : la statistique de test sous H_0 : $u_0 = \frac{W_H - E(W_H)}{\sqrt{V(W_H)}} = \frac{153.5-168}{20.49} = -0.71 \in [-1.96\ ;\ 1.96]$: Zone de Non-Rejet de H_0, cf. table N(0,1). On peut donc conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que les seuils de tolérance des hommes et des femmes sont identiques.

c-2) - Statistique de test de Mann-Whitney : $U_H = W_H - \frac{n_H\times(n_H+1)}{2} = 153.5 - 78 = 75.5$.

Approximation normale : $E(U_H) = \frac{n_H\times n_F}{2} = \frac{12\times 15}{2} = 90$; $V(U_H) = V(W_H) = 420$:

la statistique de test sous H_0 : $u_0 = \frac{U_H - E(U_H)}{\sqrt{V(U_H)}} = \frac{75.5-90}{20.49} = -0.71 \in [-1.96\ ;\ 1.96]$: Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : seuils de tolérance identiques.

Exercice 11 : a) Echantillons appariés : b) Test de Wilcoxon
c) $min(T^+ = 32\,,\, T^- = T = 13) = 13 > T_{\alpha=5\%} = 5$ (cf. table) $\Rightarrow$ Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : les 2 échantillons ont des distributions identiques.

Exercice 12 : a) $\sum_{i=1}^{10} d_i^2 = 138,\; r_s = 0,164$ b) $n = 10$, test bilatéral symétrique, H_0 : Indépendance conte H_1 : Dépendance $r_s < r_s* = 0.648 \Rightarrow$ Non-Rejet de l'hypothèse H_0. On peut conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que l'appréciation globale du produit et son prix sont indépendants.

Exercice 13 : Test de Kappa de Cohen : $\widehat{\kappa} = 0.6580$. Conclusion : bon accord des 2 experts quant à l'évaluation de la capacité des personnes âgées.

Exercice 14 : Test de Kappa de Cohen : $\widehat{\kappa} = \frac{2\times(122\times14-6\times12)}{134\times26+20\times128} = 0.5414$.
Conclusion : Accord modéré des votes des 2 assemblées.

*************** °°° ***************

Tables statistiques

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION

UNIVERSITÉ DE LYON

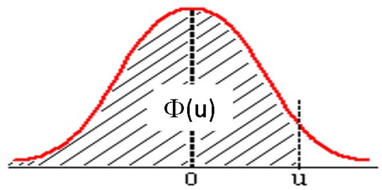


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \to N(0;1)$

Fonction de répartition : Φ

$$\Phi(u) = P(U \leq u) \quad ; \quad \Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617 = 89.62\%$

$\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$

*************** °°° ****************

Table des fractiles de la loi Normale : $U \rightarrow N(0;1)$

Si la probabilité $P < 0.5$, le fractile est négatif.

P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0	infini	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	P

Si la probabilité $P > 0.5$, le fractile est positif.

Exemples :

$P < 50\%$ fractile négatif : $P = 0,402 = \Phi(u) = P(U \leq u) \Rightarrow u = -0,2482$

$P > 50\%$ fractile positif : $P = 0.634 = \Phi(u) = P(U \leq u) \Rightarrow u = +0.3425$

*************** °°° ***************

UFR de Sciences Économiques et de Gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

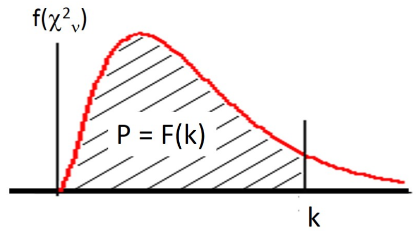


Table de la loi du $\chi^2_{\nu\ d.d.l.}$

Fractiles k de la loi de khi-deux à ν degrés de liberté

Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_\nu \leq k)$

ν \ P	0.010	0.020	0.025	0.050	0.100	0.150	0.200	0.800	0.900	0.950	0.975	0.980	0.990
1	0.000	0.001	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.64
2	0.020	0.040	0.051	0.103	0.211	0.325	0.446	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.21
3	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	0.798	1.005	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.35
4	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.366	1.649	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.28
5	0.554	0.752	0.831	1.145	1.610	1.994	2.343	7.289	9.236	11.070	12.833	13.388	15.09
6	0.872	1.134	1.237	1.635	2.204	2.661	3.070	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.81
7	1.239	1.564	1.690	2.167	2.833	3.358	3.822	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.48
8	1.646	2.032	2.180	2.733	3.490	4.078	4.594	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.09
9	2.088	2.532	2.700	3.325	4.168	4.817	5.380	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.67
10	2.558	3.059	3.247	3.940	4.865	5.570	6.179	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.21
11	3.053	3.609	3.816	4.575	5.578	6.336	6.989	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.73
12	3.571	4.178	4.404	5.226	6.304	7.114	7.807	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.22
13	4.107	4.765	5.009	5.892	7.042	7.901	8.634	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.69
14	4.660	5.368	5.629	6.571	7.790	8.696	9.467	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.14
15	5.229	5.985	6.262	7.261	8.547	9.499	10.307	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.58
16	5.812	6.614	6.908	7.962	9.312	10.309	11.152	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.00
17	6.408	7.255	7.564	8.672	10.085	11.125	12.002	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.41
18	7.015	7.906	8.231	9.390	10.865	11.946	12.857	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.81
19	7.633	8.567	8.907	10.117	11.651	12.773	13.716	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	36.19
20	8.260	9.237	9.591	10.851	12.443	13.604	14.578	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.57
21	8.897	9.915	10.283	11.591	13.240	14.439	15.445	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.93
22	9.542	10.600	10.982	12.338	14.041	15.279	16.314	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.29
23	10.196	11.293	11.689	13.091	14.848	16.122	17.187	28.429	32.007	35.172	38.076	38.968	41.64
24	10.856	11.992	12.401	13.848	15.659	16.969	18.062	29.553	33.196	36.415	39.364	40.270	42.98
25	11.524	12.697	13.120	14.611	16.473	17.818	18.940	30.675	34.382	37.652	40.646	41.566	44.31
26	12.198	13.409	13.844	15.379	17.292	18.671	19.820	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.64
27	12.879	14.125	14.573	16.151	18.114	19.527	20.703	32.912	36.741	40.113	43.195	44.140	46.96
28	13.565	14.847	15.308	16.928	18.939	20.386	21.588	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.28
29	14.256	15.574	16.047	17.708	19.768	21.247	22.475	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.59
30	14.953	16.306	16.791	18.493	20.599	22.110	23.364	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.89
40	22.164	23.838	24.433	26.509	29.051	30.856	32.345	47.269	51.805	55.758	59.342	60.436	63.69
50	29.707	31.664	32.357	34.764	37.689	39.754	41.449	58.164	63.167	67.505	71.420	72.613	76.15
60	37.485	39.699	40.482	43.188	46.459	48.759	50.641	68.972	74.397	79.082	83.298	84.580	88.38
70	45.442	47.893	48.758	51.739	55.329	57.844	59.898	79.715	85.527	90.531	95.023	96.388	100.42
80	53.540	56.213	57.153	60.391	64.278	66.994	69.207	90.405	96.578	101.88	106.63	108.07	112.33

Exemples : $\nu = 10$ d.d.l. $\quad F(k) = P(\chi^2_{10} \leq k) = 0.95 \;\Rightarrow\; k = 18.307$

$k = 15.987 \quad F(15.987) = P(\chi^2_{10} \leq 15.987) = 0.90$

Approximation : Pour $\nu > 100$ d.l.l. ; $\chi^2_\nu \approx N(\nu\,;\,\sqrt{2\nu})$ ou $\left(\sqrt{\chi^2_\nu} - \sqrt{2\nu - 1}\right) \approx N(0\,;\,1)$

*************** °°° ***************

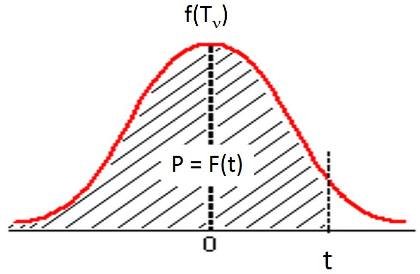


Table de la loi de Student

Fractile t de la loi de Student à ν degrés de liberté

Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_\nu \leq t)$.

ν P	0,9250	0,9300	0,9350	0,9400	0,9500	0,9550	0,9600	0,9700	0,9750	0,9800	0,9900	0,9950
1	4,1653	4,4737	4,8288	5,2422	6,3138	7,0264	7,9158	10,5789	12,7062	15,8945	31,8205	63,6567
2	2,2819	2,3834	2,4954	2,6202	2,9200	3,1040	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	6,9646	9,9248
3	1,9243	1,9950	2,0719	2,1562	2,3534	2,4708	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	4,5407	5,8409
4	1,7782	1,8375	1,9016	1,9712	2,1318	2,2261	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,7469	4,6041
5	1,6994	1,7529	1,8104	1,8727	2,0150	2,0978	2,1910	2,4216	2,5706	2,7565	3,3649	4,0321
6	1,6502	1,7002	1,7538	1,8117	1,9432	2,0192	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	3,1427	3,7074
7	1,6166	1,6643	1,7153	1,7702	1,8946	1,9662	2,0460	2,2409	2,3646	2,5168	2,9980	3,4995
8	1,5922	1,6383	1,6874	1,7402	1,8595	1,9280	2,0042	2,1892	2,3060	2,4490	2,8965	3,3554
9	1,5737	1,6185	1,6663	1,7176	1,8331	1,8992	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,8214	3,2498
10	1,5592	1,6031	1,6498	1,6998	1,8125	1,8768	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,7638	3,1693
11	1,5476	1,5906	1,6365	1,6856	1,7959	1,8588	1,9284	2,0961	2,2010	2,3281	2,7181	3,1058
12	1,5380	1,5804	1,6256	1,6739	1,7823	1,8440	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,6810	3,0545
13	1,5299	1,5718	1,6164	1,6641	1,7709	1,8317	1,8989	2,0600	2,1604	2,2816	2,6503	3,0123
14	1,5231	1,5646	1,6087	1,6558	1,7613	1,8213	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,6245	2,9768
15	1,5172	1,5583	1,6020	1,6487	1,7531	1,8123	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,6025	2,9467
16	1,5121	1,5529	1,5962	1,6425	1,7459	1,8046	1,8693	2,0240	2,1199	2,2354	2,5835	2,9208
17	1,5077	1,5482	1,5911	1,6370	1,7396	1,7978	1,8619	2,0150	2,1098	2,2238	2,5669	2,8982
18	1,5037	1,5439	1,5867	1,6322	1,7341	1,7918	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,5524	2,8784
19	1,5002	1,5402	1,5827	1,6280	1,7291	1,7864	1,8495	2,0000	2,0930	2,2047	2,5395	2,8609
20	1,4970	1,5369	1,5791	1,6242	1,7247	1,7816	1,8443	1,9937	2,0860	2,1967	2,5280	2,8453
21	1,4942	1,5338	1,5759	1,6207	1,7207	1,7773	1,8397	1,9880	2,0796	2,1894	2,5176	2,8314
22	1,4916	1,5311	1,5730	1,6176	1,7171	1,7734	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,5083	2,8188
23	1,4893	1,5286	1,5703	1,6148	1,7139	1,7699	1,8316	1,9782	2,0687	2,1770	2,4999	2,8073
24	1,4871	1,5263	1,5679	1,6122	1,7109	1,7667	1,8281	1,9740	2,0639	2,1715	2,4922	2,7969
25	1,4852	1,5242	1,5657	1,6098	1,7081	1,7637	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,4851	2,7874
26	1,4834	1,5223	1,5636	1,6076	1,7056	1,7610	1,8219	1,9665	2,0555	2,1620	2,4786	2,7787
27	1,4817	1,5205	1,5617	1,6056	1,7033	1,7585	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,4727	2,7707
28	1,4801	1,5189	1,5600	1,6037	1,7011	1,7561	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,4671	2,7633
29	1,4787	1,5174	1,5583	1,6020	1,6991	1,7540	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,4620	2,7564
30	1,4774	1,5159	1,5568	1,6004	1,6973	1,7520	1,8120	1,9546	2,0423	2,1470	2,4573	2,7500
50	1,4620	1,4996	1,5394	1,5818	1,6759	1,7289	1,7870	1,9244	2,0086	2,1087	2,4033	2,6778
60	1,4582	1,4956	1,5352	1,5772	1,6706	1,7232	1,7808	1,9170	2,0003	2,0994	2,3901	2,6603
70	1,4555	1,4927	1,5321	1,5740	1,6669	1,7192	1,7765	1,9118	1,9944	2,0927	2,3808	2,6479
100	1,4507	1,4876	1,5267	1,5682	1,6602	1,7120	1,7687	1,9024	1,9840	2,0809	2,3642	2,6259
5000	1,4398	1,4760	1,5144	1,5550	1,6452	1,6957	1,7510	1,8812	1,9604	2,0543	2,3271	2,5768

Exemple : $\nu = 10$ d.d.l. $\quad P(T_{10} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.2281$ et

$P(T_{10} \leq t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.2281$

Approximation par une loi normale : pour $n = \nu \approx 5000$ d.d.l. on a :

$P(T_{5000} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +1.96$

*************** °°° ***************

UFR DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION — UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2 — UNIVERSITÉ DE LYON

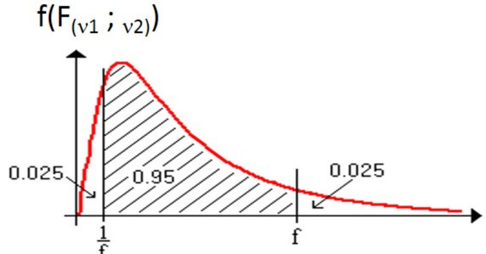


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(\nu_1;\nu_2)$ ayant la probabilité 2.5% d'être dépassée.

ν_1 : degrés de liberté du numérateur ν_2 : degrés de liberté du dénominateur

$F(f) = P(F(\nu_1,\nu_2) \le f) = 97.50\%$

ν_2 ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.6	963.3	968.6	973.0	976.7	979.8	982.5
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.41	39.42	39.43
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.37	14.34	14.30	14.28
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.72	8.68
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.49	6.46
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.33	5.30
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.71	4.67	4.63	4.60
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.24	4.20	4.16	4.13
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.83	3.80
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.66	3.62	3.58	3.55
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.47	3.43	3.39	3.36
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.24	3.21
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.20	3.15	3.12	3.08
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.09	3.05	3.01	2.98
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.92	2.89
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.93	2.89	2.85	2.82
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.87	2.82	2.79	2.75
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.70
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.76	2.72	2.68	2.65
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72	2.68	2.64	2.60
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.68	2.64	2.60	2.56
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.62	2.57	2.53	2.50
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50	2.47
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.56	2.51	2.48	2.44
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.51	2.47	2.43	2.39
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.37
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.48	2.43	2.39	2.36
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34

Exemples : $\nu_1 = 5$ d.d.l. et $\nu_2 = 10$ d.d.l. $P(F_{97.5\%\,;5\,;\,10} \le f) = 0.975 \Rightarrow f = 4.24$

$P(F_{2.5\%\,;\,5\,;\,10} \le f') = 0.025$

$P(F_{97.5\%\,;\,10\,;\,5} \le f) = 0.975 \Rightarrow f = 6.62 \Rightarrow f' = \frac{1}{f} = \frac{1}{6.62} = 0.151$

*************** °°° ***************

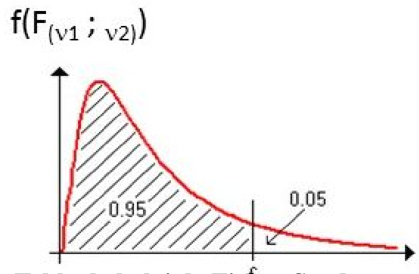


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(\nu_1;\nu_2)$ ayant la probabilité 5% d'être dépassée

ν_1 : degrés de liberté du numérateur ν_2 : degrés de liberté du dénominateur

$F(f) = P(F(\nu_1,\nu_2) \leq f) = 95\%$

ν_2 ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	242.98	243.90	244.69
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.04
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.02
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	2.00
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97

Exemples :

$\nu_1 = 8$ d.d.l. et $\nu_2 = 6$ d.d.l. $\quad F(4.15) = P(F_{(8\,;\,6)} \leq 4.15) = 0.95$

$\nu_1 = 5$ d.d.l. et $\nu_2 = 10$ d.d.l. $\quad P(F_{(5\,;\,10)} \leq f) = F(f) = 0.95 \Rightarrow f = 3.33$

*************** °°° ***************

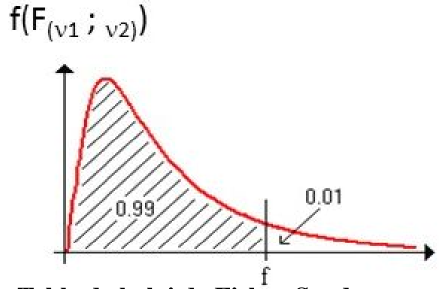


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(\nu_1;\nu_2)$ ayant la probabilité 1% d'être dépassée

ν_1 : degrés de liberté du numérateur ν_2 : degrés de liberté du dénominateur

$F(f) = P(F(\nu_1,\nu_2) \leq f) = 99\%$

ν_2 ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	4052	4999	5403	5624	5763	5858	5928	5980	6022	6055	6083	6106	6125	6143
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.41	99.42	99.42	99.43
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05	26.98	26.92
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37	14.31	14.25
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.96	9.89	9.82	9.77
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.01
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.12	3.07
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.07	3.02
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	3.02	2.97
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.94	2.89
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.90	2.86
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.87	2.82
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.84	2.79
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.81	2.77
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56

Exemples :

$\nu_1 = 8$ d.d.l. et $\nu_2 = 6$ d.d.l. $\quad F(8.10) = P(F_{(8\,;\,6)} \leq 8.10) = 0.99$

$\nu_1 = 5$ d.d.l. et $\nu_2 = 10$ d.d.l. $\quad P(F_{(5\,;\,10)} \leq f) = F(f) = 0.99 \Rightarrow f = 5.64$

************** °°° **************

Tables de Wilcoxon
Echantillons indépendants

Test bilatéral

m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
6	0	*
7	2	*
8	3	0
9	5	1
10	8	3
11	10	5
12	13	9
13	17	9
14	21	12
15	25	15
16	29	19
17	34	23
18	40	27
19	46	32
20	52	37
21	59	43
22	66	49
23	73	55
24	81	61
25	89	68

$\widetilde{m}$: la médiane de $X - Y$.
W_X la somme des rangs des différences positives.

Valeur critique $w*$ tel que : $P(W_X \leq w*)$.
m : taille de l'échantillon de X, le plus petit échantillon.
n : taille de l'échantillon de Y, $(m \leq n)$.
$*$ indique que le test ne peut être significatif.

Tests Unilatéraux

m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
6	2	*
7	2	*
8	5	*
9	8	2
10	10	4
11	13	7
12	17	9
13	21	12
14	25	15
15	30	19
16	35	23
17	41	27
18	47	32
19	53	37
20	60	43
21	68	48
22	75	53
23	83	61
24	92	68
25	101	76

Test unilatéral "risque à gauche"

$$\begin{cases} H_0 : \widetilde{m} = 0 \\ H_1 : \widetilde{m} < 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x \leq w*$

Test bilatéral

$$\begin{cases} H_0 : \widetilde{m} = 0 \\ H_1 : \widetilde{m} \neq 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x \leq w*$

Test unilatéral "risque à droite"

$$\begin{cases} H_0 : \widetilde{m} = 0 \\ H_1 : \widetilde{m} > 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x > w*$

*************** °°° ***************

Université Lumière Lyon 2 — UFR de sciences économiques et de gestion

Université de Lyon

Table U de Mann-Whitney
Echantillons indépendants

Valeurs seuils ou critiques - Test bilatéral : risque d'erreur $\alpha = 5\%$

	n															
m	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14
5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6		5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8				13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9					17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10						23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11							30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12								37	41	45	49	53	57	61	65	69
13									45	50	54	59	63	67	72	76
14										55	59	64	67	74	78	83
15											64	70	75	80	85	90
16												75	81	86	92	98
17													87	93	99	105
18														99	106	112
19															113	119
20																127

m et n les tailles des échantillons indépendants $(m \leq n)$

Conclusion : Non Rejet de l'hypothèse nulle H_0 si la plus petite valeur des deux statistiques de test U_x et U_y (test bilatéral) : $min(U_x, U_y) > u^*$: valeur critique lue dans la table.

*************** °°° ***************

UFR de sciences économiques et de gestion — Université Lumière Lyon 2 — Université de Lyon

Table de Wilcoxon
Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques du T de Wilcoxon - Echantillons appariés.

α	5%	2.5%	1.0%	0.5%
α^*	10%	5%	2.0%	1.0%
n				
6	2	0		
7	2	2		
8	5	3		0
9	8	5	2	1
10	10	8	4	3
11	13	10	7	5
12	17	13	9	9
13	21	17	12	9
14	25	21	15	12
15	30	25	19	15
16	35	29	23	19
17	41	34	27	23
18	47	40	32	27
19	53	46	37	32
20	60	52	43	37
21	68	59	48	43
22	75	66	53	49
23	83	73	61	55
24	92	81	68	61
25	101	89	76	68

n : nombre de différences non nulles
α : Niveau de signification (test unilatéral)
α^* : Niveau de signification (test bilatéral)

Hypothèses statistiques : Test bilatéral symétrique
H_0 : les échantillons ont des distributions identiques
H_1 : les échantillons ont des distributions différentes.

Exemple : n = 12 , $\alpha^* = 5\%$ Test bilatéral
Rejet de H_0 si : $T = min(T^+, T^-) \leq T_{\alpha^*} = 13$

Table du coefficient de corrélation des rangs de Spearman
Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques r_S* - Test bilatéral symétrique - $P(\mid R_S \mid > r_S^*) = \alpha$.

n	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 2\%$
5	1.000	1.000
6	0.886	0.943
7	0.786	0.893
8	0.738	0.833
9	0.700	0.783
10	0.648	0.745
11	0.618	0.709
12	0.587	0.671
13	0.560	0.648
14	0.538	0.622
15	0.521	0.604
16	0.503	0.582
17	0.485	0.566
18	0.472	0.550
19	0.460	0.535
20	0.447	0.520
21	0.435	0.508
22	0.425	0.496
23	0.415	0.486
24	0.406	0.476
25	0.398	0.466
26	0.390	0.457
27	0.382	0.448
28	0.375	0.440
29	0.368	0.433
30	0.362	0.425

n	Taille des échantillons
α	Niveau de signification
Type de test	Bilatéral
Exemple - Hypothèses statistiques :	Test bilatéral symétrique
$H_0 : R_S = 0$	Indépendance - Pas de corrélation
$H_1 : R_S \neq 0$	Dépendance - Corrélation.
Pour $n = 10$ $\alpha = 5\%$ $r_S^* = \pm 0.648$	Rejet de H_0 si $R_S \notin [-0.648, 0.648]$

Table du coefficient de corrélation des rangs de Spearman
Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques r_S* - Test unilatéral - $P(R_S < -r_S^*) = P(R_S > +r_S^*) = \alpha$.

n	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
4	1.000	
5	0.900	1.000
6	0.829	0.943
7	0.714	0.893
8	0.643	0.833
9	0.600	0.783
10	0.564	0.745
11	0.536	0.709
12	0.506	0.671
13	0.484	0.648
14	0.456	0.622
15	0.443	0.604
16	0.425	0.582
17	0.414	0.566
18	0.399	0.550
19	0.391	0.35
20	0.377	0.520
21	0.370	0.508
22	0.359	0.496
23	0.353	0.486
24	0.343	0.476
25	0.337	0.466
26	0.329	0.457
27	0.324	0.448
28	0.317	0.440
29	0.312	0.433
30	0.306	0.425

n	Taille des échantillons
α	Niveau de signification
Type de tests	Unilatéraux
Exemple - Hypothèses statistiques :	Test Unilatéral risque à droite
$H_0 : R_S = 0$	Indépendance - Pas de corrélation
$H_1 : R_S > 0$	Dépendance - Corrélation positive "attraction".
Pour $n = 10$ $\alpha = 5\%$	Rejet de H_0 si $R_S > r_S^* = +0.564$

Table du Kappa de Cohen
Degré d'accord et interprétation du coefficient

$\widehat{\kappa}$	Accord
> 0.81	Excellent : Accord presque parfait
$[0.80 - 0.61]$	Bon : Accord fort
$[0.60 - 0.41]$	Modéré : Accord modéré
$[0.40 - 0.21]$	Médiocre : Accord faible
$[0.20 - 0.0]$	Mauvais : Accord très faible
< 0.0	Très mauvais : Désaccord