

Licence 3^{ème} année
L3-S6 - Economie & Gestion
STATISTIQUE INFERENTIELLE

Travaux dirigés

Polycopié supplémentaire

*Exercices d'application avec indications de solutions
& Tables statistiques*



Année Universitaire 2024-2025

Rafik Abdesselam

Courriel - rafik.abdesslam@univ-lyon2.fr

Web - <http://perso.univ-lyon2.fr/~rabdesse/fr/>

Matériel pédagogique - <http://perso.univ-lyon2.fr/~rabdesse/Documents/>

Fiche A : TD 1, 2 et 3

Estimation de paramètres
(*Estimations ponctuelle & par intervalle de confiance :
Moyenne, Proportion et Variance*)

Exercice 1 : On considère n variables aléatoires réelles $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, mutuellement indépendantes, de même loi d'espérance mathématique m et de variance σ^2 . Quelle est la loi de la v.a.r. moyenne empirique $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

- si les $(X_i)_{i=1,n}$ suivent une loi normale $N(m, \sigma^2)$?
- si les $(X_i)_{i=1,n}$ suivent une loi quelconque ?

Exercice 2 : Si $\bar{X}_n$ est la variable aléatoire réelle moyenne empirique d'un échantillon aléatoire de taille n prélevé d'une population normale de moyenne m et de variance $\sigma^2 = 2.6^2$, déterminer n tel que :

- $P(|\bar{X}_n - m| \leq 0.5) = 0,97$
- $P(|\bar{X}_n - m| \leq 1) = 0,97$
- $P(|\bar{X}_n - m| \leq 1.5) = 0,97$
- $P(|\bar{X}_n - m| \leq 2) = 0,97$

Exercice 3 : Une variable aléatoire réelle X est normalement distribuée de moyenne m et de variance 81. Un échantillon aléatoire de taille $n = 36$ donne une moyenne de 250.

- Quelle serait une estimation ponctuelle de m ?
- Donner deux propriétés de l'estimateur employé.
- Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la moyenne m .

Exercice 4 : Soient n variables aléatoires réelles $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) de même loi de probabilité quelconque.

On suppose que l'espérance mathématique $E(X_i) = m$ et la variance $V(X_i) = \sigma^2$ des $X_{i,i=1,n}$ existent.

On considère la statistique de test (variable aléatoire réelle) de la moyenne :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{"Moyenne empirique de l'échantillon"}$$

- Calculer $E(\bar{X}_n)$ et $V(\bar{X}_n)$, en déduire la limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} V(\bar{X}_n)$.

On considère la statistique de test de la variance (moyenne connue) :

$$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 \quad \text{"Variance empirique de l'échantillon"}$$

- Montrer que : $S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - m)^2 - (\bar{X}_n - m)^2$
- Calculer $E(S_n^2)$ ainsi que sa limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} E(S_n^2)$.
- On considère la statistique $S_n^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$, calculer $E(S_n^{*2})$

Exercice 5 : Un confiseur vend des boîtes de chocolat d'un certain modèle. Le poids en grammes d'une boîte pleine est supposé normalement distribué.

Les pesées de 8 boîtes ont conduit à un poids moyen de 1212.625 g et un écart-type du poids de 19.767g.

Le poids d'une boîte pleine est supposé normalement distribué.

a) Donner un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de m : poids moyen d'une boîte.

b) En supposant que la variance de X soit connue et égale à la variance observée, donner un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la moyenne m puis comparer cet intervalle à celui calculé précédemment.

c) On suppose maintenant que l'on ait trouvé la même moyenne observée et la même variance observée, mais avec 16 observations au lieu de 8. Répondre dans ce cas aux questions a) et b) et comparer les nouveaux résultats à ceux obtenus précédemment.

***** ○○○ *****

Exercice 6 : Une coopérative bas-normande à Pont l'Evêque fabrique et commercialise ses fromages dans sa région. La part du marché est estimée à 38%. Elle lance un nouveau produit, le "camembert affiné au cidre". Une étude en basse-Normandie a dénombré 1 500 000 clients potentiels. On a prélevé un échantillon de 982 personnes, 590 ont affirmé avoir acheté ce nouveau produit.

a) Estimer par intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ la proportion d'acheteurs de ce produit.

b) Entre quelles limites peut-on fixer le nombre d'acheteurs réels de ce nouveau produit de cette coopérative ? (On prendra un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$.)

c) Sachant qu'une personne achète en moyenne pour 10 € de ce produit par mois, quel est le montant minimum des ventes mensuelles que l'on peut espérer ?

***** ○○○ *****

Exercice 7 : A la sortie d'une chaîne de montage d'automobiles, 100 véhicules tirés au sort sont testés de façon approfondie. Sachant que 10 d'entre eux présentent des défauts et doivent repasser dans la chaîne,

construire un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ pour la proportion p de véhicules défectueux.

***** ○○○ *****

Exercice 8 : La durée de vie d'un appareil électronique est distribuée selon une loi normale de moyenne 4000 h. Dans un échantillon de 20 appareils, prélevé de la production, on a observé un écart-type empirique de la durée de vie de 50 h.

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 98\%$ de l'écart-type de la durée de vie des appareils.

b) Quel est le niveau de confiance que l'on peut attribuer à l'intervalle de l'écart-type $\sigma \in [39.90 \text{ h} ; 67.88 \text{ h}]$, établi sur un échantillon de 20 appareils ?

***** ○○○ *****

Exercice 9 : Une entreprise artisanale indépendante de production de graines de semences potagères biologiques installée en Normandie, veut vérifier la faculté germinative d'une plante, c'est-à-dire la probabilité p pour qu'une graine, prise au hasard dans la production, germe. Sur un échantillon de 500 graines, on observe que 425 germent.

a) Etablir un intervalle de confiance de la proportion germinative p d'une graine avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$? De $\alpha = 1\%$?

b) Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon à prélever pour que l'intervalle soit de longueur inférieure à 4%.

Cette entreprise affirme que le poids moyen des sachets de graines qu'elle commercialise est de 1 Kg. Le poids par sachet est supposé suivre une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ .

Un organisme de défense des consommateurs a prélevé au hasard un échantillon de 30 sachets de graines et a observé un poids moyen de 992 g et un écart-type empirique $s_{30} = 10$ g.

c) Déterminer un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 99\%$ du poids moyen m des sachets commercialisés par cette entreprise.

d) Peut-on vraiment accuser cette entreprise de publicité mensongère ?

La machine qui pèse les sachets, peut être réglée au moyen d'un dispositif gradué. On veut que dans 99% des cas, en moyenne, les sachets pèsent au moins 1 Kg.

e) Sur quelle valeur m faut-il régler le dispositif ?

On veut déterminer le poids P d'un sachet à l'aide d'une balance à deux plateaux. Le poids marqué à l'équilibre est une variable aléatoire réelle X compte tenu de l'imprécision et du dérèglement possible de la balance.

On supposera que $X = P + \varepsilon$ où ε suit une loi normale $N(m, \sigma^2)$ et représente la précision de la balance.

On a réalisé 20 pesées $(X_1, X_2, \dots, X_{20})$ de ces sachets de graines et on a obtenu $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x}_{20})^2 = 1283$ on admet que la balance est bien réglée et donc que $m = 0$.

f) Donner un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la variance σ^2 du poids des sachets commercialisés.

***** ○○○ *****

Exercice 10 : Le directeur de la presse magazine de la région Auvergne-Rhône-Alpes a affirmé que 80% des foyers achètent le dimanche le duo presse : quotidien et magazine TV de la semaine. Un sondage réalisé auprès de 2000 foyers de la région indique que 1620 foyers achètent le dimanche ce duo presse.

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha = 95\%$ de la proportion de foyers qui achètent ce duo de presse.

b) Avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, peut-on conclure que l'affirmation du directeur est supportée par les résultats de ce sondage ?

***** ○○○ *****

Estimation de paramètres

(Intervalle de confiance : comparaisons de moyennes, proportions et variances)

Exercice 1 : Deux types de publicité sont envisagées par une entreprise pour lancer un nouveau produit. Après avoir visionné les deux types de publicité mis au point par des spécialistes en communication, la direction émet l'hypothèse selon laquelle la publicité du type A sera aussi efficace que celle du type B. Deux régions, considérées comme marché-test (possédant sensiblement les mêmes caractéristiques de consommation) sont choisies pour évaluer l'efficacité des 2 types de publicité. Les résultats du sondage sont résumés dans le tableau suivant :

	Publicité A	Publicité B
se sont procuré le nouveau produit	44	32
ne se sont pas procuré le nouveau produit	81	68
Nombre total de personnes	125	100

a) Pour le niveau de confiance $1 - \alpha = 0.95$, déterminer puis comparer les intervalles de confiance des proportions : p_a "personnes influencées par la publicité A", p_b "personnes influencées par la publicité B".

b) Donner un intervalle de confiance de niveau 95% pour la proportion $(p_a - p_b)$. Que peut-on en conclure ?

c) Est-ce que les résultats de ce sondage permettent de confirmer au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse émise par la direction ?

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 2 : On a effectué dans deux municipalités avoisinantes, un sondage pour connaître l'opinion des contribuables sur l'aménagement d'un site d'enfouissement sanitaire. Les résultats de ce sondage se résument comme suit :

Municipalité	A	B
Nombre en faveur du site	150	110
Nombre de contribuables interrogés	$n_A = 300$	$n_B = 250$

a) Peut-on conclure, avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, que les contribuables favorisent dans la même proportion l'aménagement d'un site d'enfouissement sur leur territoire ?

b) Sachant que le nombre de contribuables $n_B = \frac{5n_A}{6}$, quelle doit être la taille n_A minimale d'échantillon requise pour assurer une marge d'erreur (en valeur absolue) n'excédant pas 5% au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 3 : On a relevé, dans les dossiers de deux sociétés en courtage immobilier, les montants en M.€ de prêts hypothécaires consentis depuis quelques mois. Les données se présentent comme suit :

	Société A	Société B
Nombre de prêts	$n_A = 100$	$n_B = 150$
Montant moyen observé M.€	37.2	36.3
Variance empirique	10.5	8.4

On suppose que le nombre de prêts consentis par chaque société représente un échantillon aléatoire des dossiers des sociétés.

Peut-on considérer au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que l'écart observé de 0.9 M.€ entre les montants moyens des prêts est significatif ?

Exercice 4 : On a effectué un sondage auprès des habitants de deux départements de la région Auvergne-Rhône-Alpes pour connaître leur opinion sur l'implantation et l'exploitation d'un parc éolien. Les résultats se résument comme suit :

Département	Rhône (69)	Cantal (15)
Nombre de personnes favorables à l'implantation du parc	236	153
Nombre de personnes interrogées	400	300

a) Etablir un intervalle de confiance de niveau 95%, de la proportion d'habitants du Rhône qui sont favorables à l'implantation du parc éolien sur leur département. En déduire l'intervalle de confiance de niveau 95%, de la proportion d'habitants du Rhône qui ne sont pas favorables à l'implantation du parc éolien sur leur département.

b) Déterminer le niveau de confiance de l'intervalle de la proportion d'habitants du Rhône favorables à l'implantation du parc éolien, dont la marge d'erreur est de 5.73% ?

c) Quel doit être le nombre de personnes à interroger pour estimer dans 95% des cas, la proportion d'habitants du Rhône qui sont favorables à l'implantation du parc éolien, avec une marge d'erreur inférieure ou égale à 2.41% ?

d) Peut-on conclure avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, que les habitants des départements du Rhône et du Cantal favorisent l'implantation du parc éolien sur leur département, dans des proportions différentes ?

Fiche B : TD 4 et 5

Tests paramétriques

(Tests d'hypothèses : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : L'entreprise lumicaen est spécialisée dans la fabrication de lampes fluorescentes pour de grands édifices de bureaux dont la durée de vie doit présenter une bonne homogénéité. On considère que cette caractéristique correspond aux normes de l'entreprise lorsque l'écart-type de la durée de vie est inférieur ou égal à 1 000 heures. Un échantillon aléatoire de 10 lampes prélevé d'une fabrication récente donne un écart-type 1 150 heures.

a) On veut établir un test d'hypothèses paramétriques sur la dispersion de la durée de vie de ces lampes fluorescentes. Quelle condition d'application est requise pour effectuer ce test ?

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, que l'écart-type de la durée de vie a augmenté d'une façon significative ?

***** ○○○ *****

Exercice 2 : Pour la construction d'un pont, une entreprise reçoit un lot de poutrelles métalliques dont le fabricant indique qu'elles peuvent résister à une charge de 100 tonnes avec un écart-type de référence de la résistance de l'ordre de 2 tonnes.

Avant d'accepter le lot, l'entreprise prélève un échantillon de 10 poutrelles dont elle mesure la charge de rupture. On admet que la charge de rupture d'une poutrelle est normalement distribuée. Les résultats obtenus sont les suivants :

Nombre de poutrelles	10
Charge de rupture moyenne observée (tonnes)	98
Ecart-type observé de la charge de rupture (tonnes)	2.5

a) Peut-on considérer avec un niveau de confiance de 95% que la variabilité de la résistance des poutrelles de ce fabricant est significativement différente de la valeur de référence ?

b) L'entreprise doit-elle accepter le lot si la norme de sécurité tolère un risque d'erreur $\alpha = 5\%$? $\alpha = 2\%$?

***** ○○○ *****

Exercice 3 : Un producteur de vin s'intéresse à la contenance des bouteilles d'un grand cru qu'il commercialise. La contenance en centilitres est supposée normalement distribuée de moyenne $m = 75$ cl et d'écart-type $\sigma = 1$ cl.

On veut tester les hypothèses suivantes : $H_0 : m \geq 75$ contre $H_1 : m < 75$.

On suppose a priori que le producteur est honnête et que tout négociant doit prouver la fraude qu'il soupçonne quant à la contenance légale de 75 cl. Sur la base d'un échantillon de taille $n = 9$, prélevé au hasard de la production, on adopte la règle de décision suivante : Rejet de H_0 si $\bar{X}_9 \leq 74.225$ cl sinon, ne pas rejeter H_0 .

a) Quel est le risque d'erreur de ce test ?

Un négociant en vin se demande justement si la contenance moyenne n'est pas inférieure à la contenance légale de 75 cl. A cet effet, il mesure le contenu de 9 bouteilles prises au hasard dans la commande et obtient les valeurs suivantes :

Contenance (cl)	74.5	75.0	75.5	73.7	74.1	74.9	73.3	74.8	73.8
-----------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

b) Doit-il conclure avec un seuil de signification $\alpha = 1\%$, que les bouteilles ont une contenance moyenne inférieure à 75 cl ?

On suppose que la contenance moyenne réelle d'une bouteille est $H_1 : m = 74.5$ cl et que l'écart-type reste inchangé et connu $\sigma = 1$ cl.

c) Calculer l'erreur de 2^{ème} espèce :

$\beta = \beta(74) = P[\text{Non-rejet de } H_0/H_1 : m = 74 \text{ vraie}]$ du test précédent.

En déduire la puissance de ce test : $1 - \beta = P[\text{Rejet de } H_0/H_1 : m = 74 \text{ vraie}]$.

d) Faire de même pour les valeurs suivantes de la contenance moyenne :

$H_1 : m = 73.9$ cl, 73.8 cl, 73.7 cl, 73.6 cl, 73.5 cl et 73.4 cl. Tracer la courbe d'efficacité : $\beta(m)$ en fonction de la contenance moyenne m et la courbe de puissance du test : $1 - \beta(m)$ en fonction de la contenance moyenne m .

Le négociant veut pouvoir détecter avec une probabilité élevée, une contenance moyenne de 74 cl tout en gardant un risque d'erreur $\alpha = 1\%$. Pour cela, il faut qu'il augmente la taille de l'échantillon.

e) Quel doit être le nombre de bouteilles de vin à contrôler de telle sorte que le risque de deuxième espèce $\beta(74) \leq 10\%$?

Exercice 4 : Une entreprise fournit à un client des supports métalliques. Le client exige que les supports aient, en moyenne, une longueur de 70 mm. Ces supports sont fabriqués par une machine dont la dispersion de la fabrication est connue égale à $\sigma = 3$ mm. On admet également que la longueur des supports est normalement distribuée.

On veut vérifier si le procédé de fabrication opère à 70 mm. Un échantillon de 25 supports provenant de la fabrication donne une longueur moyenne de 69.00 mm.

Doit-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$ que la machine est dérégulée ?

Exercice 5 : Une usine fabrique des pièces circulaires dont le diamètre doit être en moyenne de 5 cm avec un écart-type $\sigma = 0,221$ cm. Un échantillon aléatoire de taille $n = 36$ est prélevé occasionnellement de la production et le diamètre de chaque pièce de l'échantillon est mesuré.

Hypothèses statistiques : (processus de contrôle)

$H_0 : m = 5$ (si le diamètre moyen obtenu d'un échantillon de taille $n = 36$ se situe à l'intérieur de l'intervalle $[4.92 ; 5.08]$, on considère alors que le procédé opère correctement et il n'y a pas lieu d'intervenir).

$H_1 : m \neq 5$ (si le diamètre moyen est inférieur à 4.92 cm ou supérieur à 5.08 cm, le procédé de fabrication doit être arrêté et réajusté à la valeur requise, soit 5 cm).

a) Avec ce processus de contrôle, quel est le risque d'arrêter inutilement le procédé de fabrication alors qu'il opère à $m = 5$ cm ? Comment appelle-t-on ce risque ?

b) Quelles sont les chances sur 100 de conclure que le procédé opère correctement lorsque $m = 5$ cm ?

c) Quelle est la probabilité de conclure que le procédé opère correctement alors qu'en réalité il est centré à 5.12 cm ? Comment appelle-t-on ce risque ?

d) Quelle est la puissance du test lorsque le procédé opère effectivement avec un diamètre moyen $m = 5.12$ cm.

e) On affirme qu'avec ce plan d'échantillonnage les chances sont 50% – 50% d'arrêter le procédé de fabrication lorsqu'en réalité il opère à $m = 4.92$ cm ou à $m = 5.08$ cm. Est-ce que cette affirmation est exacte ?

f) Tracer la courbe d'efficacité du test : $\beta = f(m)$; β : risque de 2^{ème} espèce en fonction des valeurs suivantes du diamètre moyenn m sous l'hypothèse alternative H_1 : $m = 5.08, 5.10, 5.12, 5.14$ et 5.16 .

***** ○○○ *****

Tests paramétriques

(Tests d'hypothèses : comparaison de 2 moyennes, 2 proportions et 2 variances)

Exercice 1 : Une société de gérance de projets a demandé à une firme d'expertises en contrôle de matériaux, d'évaluer la qualité d'un mélange bitumineux provenant de deux usines. Il a été convenu d'effectuer une vérification en évaluant la résistance à la compression, à l'âge de 3 jours, sur des cylindres de béton. La résistance à la compression est supposée normalement distribuée. Les résultats pour les deux usines se résument comme suit :

	Usine 1	Usine 2
Nombre de cylindres	$n_1 = 18$	$n_2 = 12$
Résistance moyenne (kg/cm^2)	$\bar{x}_1 = 90.6$	$\bar{x}_2 = 96.1$
Somme des Carrés des Écarts à la moyenne	SCE1 = 1200	SCE2 = 1068

a) Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle les variances des résistances à la compression des cylindres de ces deux usines sont identiques ?

b) Est-ce que la firme d'expertises peut affirmer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le mélange bitumineux de l'usine 1 est moins résistant à la compression que celui de l'usine 2 ?

***** ○○○ *****

Exercice 2 : Un assistant ingénieur de l'Institut National de la Recherche Agronomique (INRA), a compté le nombre de fruits portés par des arbres choisis au hasard dans deux parcelles. On suppose que ce nombre est normalement distribué. Les résultats pour les deux parcelles se résument comme suit.

	Parcelle I	Parcelle II
Nombre d'arbres	$n_1 = 12$	$n_2 = 18$
Récolte moyenne observée	$\bar{x}_1 = 109,5$	$\bar{x}_2 = 77$
Somme des Carrés des Écarts à la moyenne	SCE1 = 35721	SCE2 = 20979

a) Tester avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle les variances du nombre de fruits portés par les arbres des deux parcelles sont égales.

b) Etablir les hypothèses statistiques, puis tester avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse d'égalité des récoltes moyennes.

c) Peut-on affirmer avec un risque d'erreur de $\alpha = 5\%$, que la récolte sera plus importante dans la parcelle I que dans la parcelle II ?

***** ○○○ *****

Exercice 3 : Le responsable du service des Ressources Humaines (RH) s'intéresse à l'indicateur des jours de maladie du bilan social établi par deux filiales de sa Société.

La comparaison de cet indicateur se fait relativement au nombre de jours théoriquement travaillés :

	Filiale 1	Filiale 2
Nombre de jours de maladie	15470	16531
Nombre de jours travaillés	271400	271000
Proportion	5.7%	6.1%

Dans cet exemple, le nombre de jours de maladie est bien une variable aléatoire réelle et nous comparons ici plutôt deux sous-populations que deux échantillons.

Peut-on considérer avec un niveau de confiance de $1 - \alpha = 95\%$, que la différence observée de 0.4% est due à une simple fluctuation d'échantillonnage ?

***** ○○○ *****

Exercice 4 : Une entreprise de vente par correspondance qui ne faisait pas payer les frais de port à ses clients, envisage d'ajouter désormais 5 € de frais de port par commande, quel qu'en soit son montant, et promet qu'en contrepartie, tous les prix baisseront.

Avant de mettre en vigueur ce changement, l'entreprise a effectué un sondage sur deux catégories de clients choisis au hasard dans son fichier. Catégorie 1 : ceux qui ont passé au moins cinq commandes au cours des 12 derniers mois ; catégorie 2 : ceux qui ont passé moins de cinq commandes au cours des 12 derniers mois. Elle obtient les résultats suivants :

Clients	Catégorie 1	Catégorie 2
Favorables	63	280
Pas favorables	442	1420
Total	505	1700

Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que les proportions de clients favorables au changement des deux catégories de cette entreprise sont différentes ?

***** ○○○ *****

Exercice 5 : Dans un laboratoire industriel, l'effet de deux alliages sur la résistance à la charge de rupture d'un câble métallique (kg/mm^2) a été analysé. Pour ce faire, la résistance à la charge de deux lots de câbles a été mesurée à l'issue de l'expérience. Les résultats obtenus sont les suivants :

Alliage A	Alliage B
$n_A = 180$	$n_B = 100$
$\sum x_A = 3780$	$\sum x_B = 2140$
$\sum x_A^2 = 80000$	$\sum x_B^2 = 46000$

Une différence d'alliage affecte-t-elle significativement la résistance à la charge de rupture des câbles au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

***** ○○○ *****

Fiche C : TD 6 et 7

Tests non-paramétriques

(Tests du Khi-deux (Indépendance, Homogénéité et adéquation), test de Wilcoxon-Mann-Withney, test de Wilcoxon, test de rangs de spearman)

Exercice 1 : On donne la répartition de 200 plantes en fonction de deux variables qualitatives : contamination et âge de la plante.

Table 1 : Age	non contaminée	contaminée	Total
Moins 3 mois	26	20	46
Entre 3 et 6 mois	61	63	124
Plus de 6 mois	8	22	30
Total	95	105	200

Table 2 : Age	non contaminée	contaminée	Total
Moins 3 mois	26	20	46
Plus de 3 mois	69	85	154
Total	95	105	200

En supposant l'hypothèse d'indépendance entre les deux variables, déterminer la répartition théorique des 200 plantes selon les modalités des deux variables.

a) Peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que ces deux variables sont indépendantes ?

Dans la table 2, on a regroupé en deux classes (modalités) la variable âge.

b) Peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que ces deux variables sont liées ?

Le test d'indépendance sur la table 2 (tableau 2×2) peut également être considéré comme un test de comparaison de proportions. Il s'agit en effet de savoir s'il existe une différence significative entre les proportions P_c et P_{nc} des plantes âgées de plus de 3 mois.

c) Formuler les hypothèses statistiques à tester. Que peut-on alors conclure au seuil $\alpha = 5\%$?

Exercice 2 : Un échantillon aléatoire de 1367 diplômes d'université délivrés en 1984, a donné la répartition suivante :

Sexe & Diplôme	Licence	Maîtrise	Doctorat
Maculin	534	144	22
Féminin	515	141	11

Le sexe et le niveau de diplôme obtenu sont-ils liés ? Formuler l'hypothèse nulle testée, rappeler les conditions d'application du test, puis interpréter les résultats obtenus avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$.

Exercice 3 : Le responsable des ressources humaines d'une entreprise a effectué un sondage auprès de 200 employés choisis au hasard à partir du fichier de l'entreprise, pour connaître leur niveau de satisfaction vis-à-vis de leur travail.

Les variables satisfaction et catégorie salariale en € de l'employé ont été réparties chacune selon trois modalités. On a construit le tableau de contingence suivant :

Satisfaction & Salaire	≤ 2000	$2000 - 3000$	> 3000	Total des lignes
Elevé	13	19	25	57
Moyen	28	29	28	85
Faible	24	18	16	58
Total des colonnes	65	66	69	200

a) A partir du tableau de contingence, établir puis interpréter les tableaux des profils lignes (%) et des profils colonnes (%).

b) Le responsable veut vérifier si ces deux variables sont indépendantes ou si au contraire, le fait d'appartenir à une catégorie salariale permet de déduire le niveau de satisfaction de l'employé vis-à-vis de son travail. Que peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 4 : L'Association étudiante a effectué un sondage auprès des étudiant(e)s de premier cycle pour connaître leur réaction face à la semaine de vacances de la Toussaint instituée par l'Université. On a interrogé 50 étudiant(e)s de 1^{ère}, 2^{ème}, et 3^{ème} année respectivement. Les résultats se présentent comme suit :

Attitude & Année	1ère	2ème	3ème
Favorable	15	15	20
Défavorable	20	25	20
Indifférent	15	10	10
Total	50	50	50

Est-ce que les étudiant(e)s de chaque niveau universitaire apprécient de manière identique la semaine de relâche ? (seuil de signification $\alpha = 5\%$)

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 5 : On veut vérifier si un dé est bien équilibré. On l'a lancé 120 fois et on a enregistré les résultats suivants :

Résultats	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs observés	14	16	28	30	18	14	120

Peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que le dé est bien équilibré ?

***** ○ ○ ○ *****

Exercice 6 : L'Institut National de la Recherche Agronomique (INRA) a effectué le croisement de balsamines blanches avec des balsamines pourpres. La première génération est homogène; les fleurs sont toutes pourpres, la deuxième génération fait apparaître 4 catégories de couleurs. Les résultats observés dans une expérience portant sur 160 balsamines sont les suivants :

Couleurs	pourpre	rose	blanc lavande	blanc	Total
Effectifs observés	92	28	29	11	160

Si les caractères se transmettent selon la loi de Mendel, les proportions théoriques des quatre catégories sont $(\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16})$. Peut-on accepter l'hypothèse de répartition mendélienne avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$?

Exercice 7 : On effectue une expérience sur 12 voitures dont on a relevé les kilométrages parcourus avec 10 litres d'essence normale et 10 litres d'essence avec un additif. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant où X est le kilométrage avec l'additif et Y le kilométrage sans additif.

Voiture	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X : additif	154	158	150	154	130	145	147	160	168	132	151	136
Y : normale	152	166	137	147	136	145	130	163	160	122	147	124

a) Tester au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle les kilométrages parcourus avec de l'essence normale et de l'essence avec additif sont différents.

b) Peut-on conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'essence avec additif augmente le kilométrage parcouru ?

Exercice 8 : Une entreprise oeuvrant dans le domaine alimentaire veut obtenir une évaluation de 10 nouveaux desserts qu'elle envisage de mettre sur le marché prochainement. Chaque dessert a été évalué par un groupe de consommateurs selon son goût et son apparence sur une échelle de 1 (la plus faible préférence) à 5 (la plus forte préférence). On a par la suite déterminé pour chaque dessert le niveau moyen de préférence de chaque critère. Les résultats se présentent comme suit :

Dessert	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
X : Goût	4,03	3,92	3,88	3,83	3,82	3,70	3,60	3,50	3,35	3,32
Y : Apparence	3,08	3,11	3,51	2,91	2,78	3,33	2,89	3,18	2,75	2,83

a) Transformer ces évaluations par ordre d'importance en associant le rang 1 au niveau de préférence le plus élevé et le dernier rang au niveau le plus faible.

b) Calculer le coefficient de corrélation de rangs de Spearman.

c) Tester au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle le niveau de préférence associé au goût est indépendant de celui associé à l'apparence du dessert.

Exercice 9 : Deux agents recruteurs d'une entreprise effectuent un recrutement dans le secteur des services. Quatorze candidat(e)s ont été interviewé(e)s indépendamment par chacun des agents recruteurs. L'évaluation respective des candidat(e)s par chaque agent recruteur a été remise au responsable des ressources humaines. Les évaluations respectives sous forme de rangs (sans ex-aequo) de chaque agent sont les suivantes :

Candidat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Agent A : Rang A	8	7	9	6	5	14	4	3	10	13	2	12	11	1
Agent B : Rang B	7	9	5	6	8	14	3	1	10	13	2	11	12	4

a) Calculer le coefficient de corrélation de rangs de Spearman entre les évaluations des candidat(e)s des deux agents recruteurs.

b) Est-ce que le responsable des ressources humaines peut conclure au seuil de signification $\alpha = 1\%$, que l'appréciation des agents recruteurs pour les candidat(e)s va dans le même sens ?

***** ○○○ *****

Exercice 10 : Dans une Ecole Supérieure de Management, trois méthodes pédagogiques différentes d'apprentissage de la stratégie marketing sont enseignées et suivies par trois groupes d'étudiants de master. Les résultats de l'examen sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Résultat	Méthode pédagogique		
	M1	M2	M3
Admis	51	58	76
Ajourné	29	32	24
Nombre d'étudiants	80	90	100

Peut-on affirmer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'une des trois méthodes pédagogiques est plus efficace que les autres en termes de réussite à l'examen ?

***** ○○○ *****

Fiche A : TD 1, 2 et 3

Indications & résultats - Estimation de paramètres

(Estimations ponctuelle - intervalle de confiance : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : Cas où n est grand ($n \geq 30$) : a) et b) $N(m; (\frac{\sigma}{\sqrt{n}})^2)$ quelque soit la loi des X_i (T.C.L.).
Cas où n est petit ($n < 30$) : a) $N(m; (\frac{\sigma}{\sqrt{n}})^2)$ b) inconnue

Exercice 2 : a) 128 b) 32 c) 15 d) 8

Exercice 3 : a) 250 b) L'estimateur $\bar{X}_n$ de la moyenne (variance connue) est sans biais et de variance.
c) $m \in [247.06; 252.94]$.

Exercice 4 : a) m et σ^2/n c) $[(n-1)/n] \sigma^2$; d) σ^2 .

Exercice 5 : a) $t_{2.5\%, 7ddl} = 2.365$; $E = 17.669$
[1194.956g , 1230.294g] b) $u_{2.5\%} = 1.96$; $E = 13.698$; [1198.927g ; 1226.323g]
c1) $t_{2.5\%, 15ddl} = 2.132$; [1201.744g , 1223.506g] c2) $u_{2.5\%} = 1.96$; [1200.880g , 1224.370g]

Exercice 6 : a) $I.C._{1-\alpha=95\%}$ de la proportion p d'acheteurs du produit. Condition d'application nécessaire pour établir l'intervalle de confiance : $n = 982 > 30$. La statistique de test : $\frac{(\hat{p}_n - p)}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightarrow N(0, 1)$.
La proportion observée sur l'échantillon $\hat{p} = \frac{590}{982} = 60.08\%$ et $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 39.92\%$. La marge d'erreur - Précision : $E = u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$. Pour un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, $u_{\frac{\alpha}{2}=2.5\%} = \pm 1.96$.
 $E = 1.96 \sqrt{\frac{0.6008 \times 0.3992}{982}} = 3.06\% \Rightarrow p \in [57.02\% ; 63.14\%]$. b) Limites du nombre d'acheteurs réels se situent entre : $[0.5702 * 0.38 * 1\,500\,000 = 325\,014 ; 0.6306 * 0.38 * 1\,500\,000 = 559\,898]$
c) Montant minimum espéré des ventes : $325\,014 \times 10\text{€} = 3\,250\,140\text{€}$.

Exercice 7 : a) $I.C._{1-\alpha=95\%}$ de la proportion p de véhicules défectueux. Condition nécessaire pour établir l'intervalle de confiance : $n = 100 > 30$. La statistique de test : $\frac{(\hat{p}_n - p)}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightarrow N(0, 1)$. La proportion observée sur l'échantillon $\hat{p} = \frac{10}{100} = 10\%$ et $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 90\%$. La marge d'erreur - Précision : $E = u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$. Pour $1 - \alpha = 95\%$; $\alpha = 5\%$, $u_{\frac{\alpha}{2}=2.5\%} = \pm 1.96$; $E = 1.96 \sqrt{\frac{0.10 \times 0.90}{100}} = 5.88\%$.
 $p \in [4.12\% ; 15.88\%]$.

Exercice 8 : a) $I.C._{98\%}$: $\sigma \in [36.48 h ; 77.80 h]$ b) $1 - \alpha = 90\%$.

Exercice 9 : a) 0.85 ± 0.03 et 0.85 ± 0.04 b) 1225 et 2122 c) 992 ± 5.12 g d) oui
e) $P(T_{29} \leq \frac{(1000 - m^*)}{\frac{10}{\sqrt{29}}}) = 0.01 \Rightarrow m^* = 1004.49$ g cf. table Student T_{29} f) $6.25 \leq \sigma \leq 12$.

Exercice 10 : a) $I.C_{95\%}$: $[79.28\% ; 82.72\%]$ b) Oui, vu que $80\% \in I.C_{95\%}$.

Indications & résultats - Estimation de paramètres

(Intervalle de confiance : comparaisons de moyennes, proportions et variances)

Exercice 1 : a) $0,352 \pm 0,084$; $0,320 \pm 0,091$ b) $0,032 \pm 0,124$; comme $0 \in [-0,092; 0,156]$, on conclut avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la publicité A est aussi efficace que celle de B ($p_A \approx p_B$) c) Oui.

Exercice 2 : a) oui ; b) $n_A \geq 839$ contribuables de la municipalité A.

Exercice 3 : I.C 95% de la différence $(m_A - m_B) \in [0.11; 1.69]$. La valeur d'égalité des moyennes $(m_A - m_B) = 0 \notin [0.11; 1.69]$, on peut conclure avec un risque d'erreur de 5%, que l'écart observé de 0.9 M.€ n'est pas dû aux fluctuations d'échantillonnage, il est bien significatif.
Les montants moyens des prêts sont différents $m_A \neq m_B$.

Exercice 4 : a) $n_R = 400 (> 30)$; $\hat{p}_R = \frac{236}{400} = 59\%$; $\hat{q}_R = 41\%$. Statistique de test : $\frac{\hat{p} - p_R}{\sqrt{\frac{p_R q_R}{n}}} \hookrightarrow N(0 ; 1)$

$I.C._{1-\alpha=95\%} : p_R \in [54.18\% ; 63.82\%] ; q_R \in [36.18\% ; 45.82\%]$. b) $1 - \alpha = 98\%$ c) $n^* \geq 1\,600$ habitants. d) $(p_R - p_C) \in [0.57\% ; 15.43\%]$. On peut donc conclure, au seuil de signification $\alpha = 5\%$, qu'il y a une différence significative. Les contribuables du Rhône et du Cantal favorisent dans des proportions différentes l'implantation d'un parc éolien sur leur département.

***** ◊◊◊ *****

Fiche B : TD 4 et 5

Indications & résultats - Tests paramétriques
(Tests d'hypothèses : moyenne, proportion et variance)

Exercice 1 : a) Il faut absolument que la durée de vie des lampes soit normalement distribuée, car la taille de l'échantillon est faible. b) Il s'agit là d'un test unilatéral risque à droite, test d'une variance à une valeur de référence donnée. Hypothèse nulle $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_R^2 = 1000^2$ contre l'hypothèse alternative $H_1 : \sigma^2 > \sigma_R^2 = 1000^2$. La statistique de test sous l'hypothèse H_0 $k_0 = 13.225 < k_{5\%;9 \text{ d.d.l.}} = 16.919$ appartient à la zone de Non-Rejet de H_0 . On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$ que la variance de la durée de vie des lampes n'est pas plus grande que la variance de référence $\sigma_R^2 = 1000^2$. Il en est de même pour l'écart-type σ qui n'est pas significativement supérieur à $\sigma_R = 1000$ h. L'écart-type de la durée de vie des lampes n'a donc pas augmenté. La différence observée sur l'échantillon de 150 h n'est pas significative, elle est due aux fluctuations d'échantillonnage.

Exercice 2 : a) Non, avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, $2.5 < k_0 = 15.625 < 19.023$. On ne rejette pas l'hypothèse nulle $H_0 : \sigma^2 = \sigma_{Ref}^2 = 4$. On peut donc conclure que la variance de la résistance des poutrelles de ce fabricant n'est pas significativement différente de celle de référence ($\sigma^2 \approx \sigma_{Ref}^2$)
b1) Refuser le lot, $\alpha = 5\%$, $t_0 = -2.4 \notin [-2.262 ; 2.262]$ alors Rejet de $H_0 : m = 100$
b2) Accepter le lot, $\alpha = 2\%$, $t_0 = -2.4 \in [-2.821 ; 2.821]$ alors Non-Rejet de $H_0 : m = 100$.

Exercice 3 : a) $\alpha = 1\%$
b) La valeur $u_0 = -1.80$ est dans la zone d'acceptation de H_0 , au seuil de signification $\alpha = 1\%$, on ne peut donc pas conclure que la contenance moyenne est inférieure à 75 cl.
c) $\beta(74) = P(\bar{X}_9 > 74.225 / H_1 : m_1 = 74) = P(U > \frac{(74.225 - 74)}{\frac{1}{\sqrt{9}}}) = 1 - \Phi(0.675)$
 $\beta(74) = 1 - 0.7502 = 24.98\%$ cf. table N(0,1). La puissance du test : $1 - \beta(74) = 75.02\%$.
d) $\beta(73.9) = 16.48\%$, $1 - \beta(73.9) = 83.52\%$, $\beta(73.8) = 10.12\%$, $1 - \beta(73.8) = 89.88\%$,
 $\beta(73.7) = 5.76\%$, $1 - \beta(73.7) = 94.24\%$, $\beta(73.6) = 3.04\%$, $1 - \beta(73.6) = 96.96\%$,
 $\beta(73.5) = 1.48\%$, $1 - \beta(73.5) = 98.52\%$, $\beta(73.4) = 0.67\%$, $1 - \beta(73.4) = 99.33\%$.
e) $\beta(74) = P(\bar{X}_{n^*} > 74.225 / H_1 : m_1 = 74) \leq 0.10$
 $\Phi(0.225 \times \sqrt{n}) \geq 0.90 \Rightarrow n \geq (\frac{1.285}{0.225})^2 \geq 32.62 \simeq 33$ avec $\Phi(0.90) = 1.285$ cf. Table N(0,1).
Il faudrait donc contrôler au moins 33 bouteilles pour avoir un risque $\beta \leq 10\%$ et une puissance de test $1 - \beta \geq 90\%$.

Exercice 4 : La valeur de la statistique de test sous H_0 : $-1.96 < u_0 = -1.67 < 1.96$ se situe dans la région de Non-Rejet de H_0 ; la machine semble réglée correctement. Il n'y a pas lieu d'intervenir.

Exercice 5 : a) 3% b) 97% c) 13.87% d) 86.13% e) 50% f) 50%, 29.36%, 13.87%, 5.17%, 1.49%.

***** ○ ○ ○ *****

Indications & résultats - Tests Paramétriques

(Tests d'hypothèses : comparaison de 2 moyennes, 2 proportions et 2 variances)

Exercice 1 : a) Il n'y a pas de différence significative entre les variances ; on peut donc les supposer égales : $\sigma_1^2 \simeq \sigma_2^2$. b) La valeur de la statistique du test unilatéral risque à gauche appartient à la zone de non rejet de H_0 , $t_0 = -1.64 > t_{(5\%, 28 d.d.l.)} = -1.701$. La firme d'expertises ne peut pas affirmer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que le mélange bitumineux de l'usine 1 est moins résistant à la compression que celui de l'usine 2. L'écart observé ($x_1 - x_2 = -5.5$) est dû aux fluctuations d'échantillonnage.

Exercice 2 : a) Il n'y a pas de différence significative entre les variances ; on peut alors les supposer comme égales. b) Pas de différence significative entre les récoltes moyens de fruits.
c) Il y a une différence significative entre les récoltes moyennes; elle est plus importante dans la parcelle 1.

Exercice 3 : La valeur $u_0 = -6.25 \notin [-1.96; 1.96]$, rejet de H_0 , au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'écart des journées de maladie n'est pas dû à une simple fluctuation d'échantillonnage. La différence est significative.

Exercice 4 : Test bilatéral symétrique de comparaison de la différence de deux proportions.

$H_0 : p_1 - p_2 = 0 \Leftrightarrow p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0 \Leftrightarrow p_1 \neq p_2$. La valeur de la statistique de test sous l'hypothèse nulle H_0 : $u_0 = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}} = \frac{(0.1248 - 0.1647)}{\sqrt{\frac{0.1248 \times 0.8752}{505} + \frac{0.1647 \times 0.8353}{1700}}} = -2.318$. Avec un risque

d'erreur $\alpha = 5\%$, on peut conclure que les proportions de clients favorables au changement des deux catégories sont significativement différentes : $u_0 = -2.318 \notin [u_{2.5\%} = -1.96 ; u_{97.5\%} = 1.96]$ alors Rejet de l'hypothèse nulle H_0 .

Exercice 5 : La valeur u_0 de la statistique de test sous H_0 : $u_0 = -2.004 \notin [-1.96; 1.96]$ alors Rejet de H_0 .

On conclut donc avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, qu'il y a bien une différence d'alliages sur la résistance à la charge de rupture des câbles.

***** ○○○ *****

Fiche C : TD 6 et 7

Indications & résultats - Tests non-paramétriques
(Tests du Khi-deux (Indépendance, Homogénéité et adéquation), test de Wilcoxon-Mann-Withney, test de Wilcoxon, test de corrélation de rangs de spearman)

- Exercice 1 :** a) Statistique de test du khi-deux sous l'hypothèse nulle H_0 d'indépendance : $k_0 = 6.87$. On rejette H_0 , vu que $k_0 = 6.87 > k_{\alpha=5\%, 2 d.d.l.} = 5.99$. On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la contamination de la plante est liée à son âge.
b) la statistique de test sous H_0 : $k_0 = 1.95$. On accepte l'hypothèse nulle H_0 . Les 2 caractères sont indépendants vu que $k_0 = 1.95 < k_{\alpha=5\%, 1 d.d.l.} = 3.84$) c) On accepte l'hypothèse nulle H_0 . Il n'y a pas de différence significative entre les 2 proportions ($1.396 \in [-1.96; 1.96]$).
- Exercice 2 :** Conditions d'application : $n = 1367 > 30$ et les effectifs théoriques sont supérieurs ou égaux à 5.
 $k_0 = 3.2476 < k_{(\alpha=5\%, 2 d.d.l.)} = 5.99 \Rightarrow$ Non Rejet de H_0 , le sexe et le niveau de diplôme ne sont pas liés, ou encore, la p-valeur = $P[\chi^2_{v=2} > 3.2476] = 19.71\% > \alpha = 5\% \Rightarrow$ Non Rejet de H_0 .
- Exercice 3 :** b) Vu que $k_0 = 5.45 < k_{(\alpha=5\%, 4 d.d.l.)} = 9.49$, on ne peut rejeter H_0 . L'hypothèse selon laquelle le niveau de satisfaction est indépendant de la catégorie salariale est vraisemblable avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$. Il semble que la catégorie salariale n'influe pas significativement sur le niveau de satisfaction vis-à-vis du travail.
- Exercice 4 :** Test d'homogénéité de 3 populations - Statistique de test sous H_0 : $k_0 = 3.198$. Pour $\alpha = 5\%$:
 $k_0 = 3.198 < k_{(5\%, 4 d.d.l.)} = 9.488$. Non Rejet de H_0 . On peut conclure que les étudiants de chaque niveau universitaire apprécient de manière identique la semaine de la Toussaint.
- Exercice 5 :** Rejet de l'hypothèse nulle H_0 . le dé est "pipé" ($\alpha = 5\%$, $\chi^2_{calculé} = 12.8 > \chi^2_{table, 5\%} = 11.070$).
- Exercice 6 :** Statistique de test d'ajustement du khi-deux sous l'hypothèse nulle H_0 : $k_0 = 0.31$. Vu que
 $k_0 = 0.31 < k_{(\alpha=5\%, v=3 d.d.l.)} = 7.815$ alors Non rejet de H_0 . On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que la répartition est mendélienne.
- Exercice 7 :** a) Test bilatéral. H_0 : les kilométrages sont équivalents contre H_1 : les kilométrages sont différents. On compare que $n = 11$ voitures, la voiture n°6 est supprimée vu que la différence des kilométrages est nulle. On note : $T^+ + T^- = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{11 \times 12}{2} = 66$. Valeur critique pour $n = 11$ et $\alpha = 5\%$, test bilatéral : $T_{\alpha=5\%}^* = 11$ cf. table de Wilcoxon échantillons appariés :
 $T = \min(T^+, T^-) = \min(53.5 ; 12.5) = 12.5 > T_{\alpha=5\%}^* = 11 \Rightarrow$ Non Rejet de H_0 . On peut donc considérer avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$ que les kilométrages parcourus avec et sans additif ne sont pas différents.
b) Test unilatéral, $\alpha = 5\%$, $n = 11$, $T = \min(T^+, T^-) = \min(53.5 ; 12.5) = 12.5 < T_{\alpha=5\%}^* = 13 \Rightarrow$ Rejet de l'hypothèse nulle H_0 . On peut donc conclure avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'additif augmente le kilométrage parcouru.
- Exercice 8 :** b) $r_s = 0.4545$ c) $r_s < r_{s*} = 0.648$, test bilatéral symétrique. Non-rejet de l'hypothèse nulle H_0 . Le niveau de préférence attribué au goût du dessert est indépendant de celui attribué à son apparence.
- Exercice 9 :** a) $r_s = 0.8989$ b) $H_0 : r_s = 0$ contre $H_1 : r_s > 0$, puisque $r_s = 0.8989 > r_{s*} = 0.622$ (cf. table de Spearman), Rejet de l'hypothèse nulle H_0 . L'appréciation des agents va dans le même sens (corrélation positive "en attraction").
Comme $11 \leq n = 14 < 30$, On peut aussi utiliser l'approximation de Student. La statistique de test $R_S \sqrt{\frac{(n-2)}{(1-R_S^2)}}$ suit approximativement une loi de Student $T_{n-2=12 d.d.l.}$. Valeur de la statistique de test sous H_0 , $t_0 = 7.107 > t_{\alpha=1\%} = 2.681 \Rightarrow$ Rejet de H_0 .
Remarque : lorsqu'il n'y a pas d'ex-aequo, le coefficient de rangs de Spearman est égal au coefficient de corrélation linéaire de Bravais-Pearson calculé sur les rangs (sans ex-aequo) :
 $R_S = r(\text{RangA}, \text{RangB}) = 0.8989$.
- Exercice 10 :** Test d'homogénéité : $k_0 = 4.13 < k_{5\%} = 5.99$ cf. loi du Khi-deux à 2 d.d.l. Conclusion : non-rejet de H_0 : répartition homogène, aucune méthode n'est plus efficace qu'une autre.

***** ○○○ *****

Tables statistiques

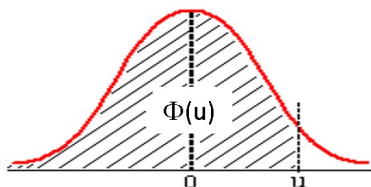


Table de la loi Normale Centrée Réduite : $U \rightarrow N(0; 1)$

Fonction de répartition : Φ

$$\Phi(u) = P(U \leq u) ; \Phi(-u) = P(U \leq -u) = 1 - \Phi(u)$$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

Exemples : $\Phi(1.26) = P(U \leq 1.26) = 0.89617 = 89.62\%$

$$\Phi(u) = P(U \leq u) = 97.50\% \Rightarrow u = 1.96$$

Table des fractiles de la loi Normale : $U \rightarrow N(0;1)$

Si la probabilité $P < 0.5$, le fractile est négatif.

P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0	infini	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0176	0,0151	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	P

Si la probabilité $P > 0.5$, le fractile est positif.

Exemples :

$P < 50\%$ fractile négatif : $P = 0,402 = \Phi(u) = P(U \leq u) \Rightarrow u = -0,2482$

$P > 50\%$ fractile positif : $P = 0,634 = \Phi(u) = P(U \leq u) \Rightarrow u = +0,3425$

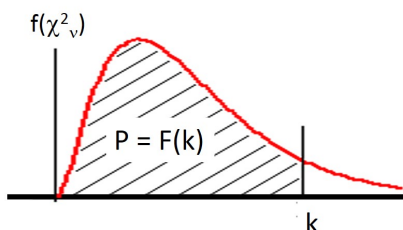


Table de la loi du $\chi^2_{v \text{ d.l.}}$
Fractiles k de la loi de khi-deux à v degrés de liberté
Fonction de répartition : $F(k) = P(\chi^2_v \leq k)$

v \ P	0.010	0.020	0.025	0.050	0.100	0.150	0.200	0.800	0.900	0.950	0.975	0.980	0.990
1	0.000	0.001	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.64
2	0.020	0.040	0.051	0.103	0.211	0.325	0.446	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.21
3	0.115	0.185	0.216	0.352	0.584	0.798	1.005	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.35
4	0.297	0.429	0.484	0.711	1.064	1.366	1.649	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.28
5	0.554	0.752	0.831	1.145	1.610	1.994	2.343	7.289	9.236	11.070	12.833	13.388	15.09
6	0.872	1.134	1.237	1.635	2.204	2.661	3.070	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.81
7	1.239	1.564	1.690	2.167	2.833	3.358	3.822	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.48
8	1.646	2.032	2.180	2.733	3.490	4.078	4.594	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.09
9	2.088	2.532	2.700	3.325	4.168	4.817	5.380	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.67
10	2.558	3.059	3.247	3.940	4.865	5.570	6.179	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.21
11	3.053	3.609	3.816	4.575	5.578	6.336	6.989	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.73
12	3.571	4.178	4.404	5.226	6.304	7.114	7.807	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.22
13	4.107	4.765	5.009	5.892	7.042	7.901	8.634	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.69
14	4.660	5.368	5.629	6.571	7.790	8.696	9.467	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.14
15	5.229	5.985	6.262	7.261	8.547	9.499	10.307	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.58
16	5.812	6.614	6.908	7.962	9.312	10.309	11.152	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.00
17	6.408	7.255	7.564	8.672	10.085	11.125	12.002	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.41
18	7.015	7.906	8.231	9.390	10.865	11.946	12.857	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.81
19	7.633	8.567	8.907	10.117	11.651	12.773	13.716	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	36.19
20	8.260	9.237	9.591	10.851	12.443	13.604	14.578	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.57
21	8.897	9.915	10.283	11.591	13.240	14.439	15.445	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.93
22	9.542	10.600	10.982	12.338	14.041	15.279	16.314	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.29
23	10.196	11.293	11.689	13.091	14.848	16.122	17.187	28.429	32.007	35.172	38.076	38.968	41.64
24	10.856	11.992	12.401	13.848	15.659	16.969	18.062	29.553	33.196	36.415	39.364	40.270	42.98
25	11.524	12.697	13.120	14.611	16.473	17.818	18.940	30.675	34.382	37.652	40.646	41.566	44.31
26	12.198	13.409	13.844	15.379	17.292	18.671	19.820	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.64
27	12.879	14.125	14.573	16.151	18.114	19.527	20.703	32.912	36.741	40.113	43.195	44.140	46.96
28	13.565	14.847	15.308	16.928	18.939	20.386	21.588	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.28
29	14.256	15.574	16.047	17.708	19.768	21.247	22.475	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.59
30	14.953	16.306	16.791	18.493	20.599	22.110	23.364	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.89
40	22.164	23.838	24.433	26.509	29.051	30.856	32.345	47.269	51.805	55.758	59.342	60.436	63.69
50	29.707	31.664	32.357	34.764	37.689	39.754	41.449	58.164	63.167	67.505	71.420	72.613	76.15
60	37.485	39.699	40.482	43.188	46.459	48.759	50.641	68.972	74.397	79.082	83.298	84.580	88.38
70	45.442	47.893	48.758	51.739	55.329	57.844	59.898	79.715	85.527	90.531	95.023	96.388	100.42
80	53.540	56.213	57.153	60.391	64.278	66.994	69.207	90.405	96.578	101.88	106.63	108.07	112.33

Exemples : $v = 10 \text{ d.l.}$ $F(k) = P(\chi^2_{10} \leq k) = 0.95 \Rightarrow k = 18.307$
 $k = 15.987$ $F(15.987) = P(\chi^2_{10} \leq 15.987) = 0.90$

Approximation : Pour $v > 100 \text{ d.l.}$; $\chi^2_v \approx N(v ; \sqrt{2v})$ ou $\sqrt{\chi^2_v - \sqrt{2v-1}} \approx N(0 ; 1)$

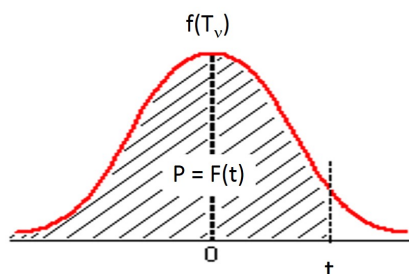


Table de la loi de Student

Fractile t de la loi de Student à ν degrés de liberté

Fonction de répartition : $P = F(t) = P(T_\nu \leq t)$.

ν	P	0,9250	0,9300	0,9350	0,9400	0,9500	0,9550	0,9600	0,9700	0,9750	0,9800	0,9900	0,9950
1		4,1653	4,4737	4,8288	5,2422	6,3138	7,0264	7,9158	10,5789	12,7062	15,8945	31,8205	63,6567
2		2,2819	2,3834	2,4954	2,6202	2,9200	3,1040	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	6,9646	9,9248
3		1,9243	1,9950	2,0719	2,1562	2,3534	2,4708	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	4,5407	5,8409
4		1,7782	1,8375	1,9016	1,9712	2,1318	2,2261	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,7469	4,6041
5		1,6994	1,7529	1,8104	1,8727	2,0150	2,0978	2,1910	2,4216	2,5706	2,7565	3,3649	4,0321
6		1,6502	1,7002	1,7538	1,8117	1,9432	2,0192	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	3,1427	3,7074
7		1,6166	1,6643	1,7153	1,7702	1,8946	1,9662	2,0460	2,2409	2,3646	2,5168	2,9980	3,4995
8		1,5922	1,6383	1,6874	1,7402	1,8595	1,9280	2,0042	2,1892	2,3060	2,4490	2,8965	3,3554
9		1,5737	1,6185	1,6663	1,7176	1,8331	1,8992	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,8214	3,2498
10		1,5592	1,6031	1,6498	1,6998	1,8125	1,8768	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,7638	3,1693
11		1,5476	1,5906	1,6365	1,6856	1,7959	1,8588	1,9284	2,0961	2,2010	2,3281	2,7181	3,1058
12		1,5380	1,5804	1,6256	1,6739	1,7823	1,8440	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,6810	3,0545
13		1,5299	1,5718	1,6164	1,6641	1,7709	1,8317	1,8989	2,0600	2,1604	2,2816	2,6503	3,0123
14		1,5231	1,5646	1,6087	1,6558	1,7613	1,8213	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,6245	2,9768
15		1,5172	1,5583	1,6020	1,6487	1,7531	1,8123	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,6025	2,9467
16		1,5121	1,5529	1,5962	1,6425	1,7459	1,8046	1,8693	2,0240	2,1199	2,2354	2,5835	2,9208
17		1,5077	1,5482	1,5911	1,6370	1,7396	1,7978	1,8619	2,0150	2,1098	2,2238	2,5669	2,8982
18		1,5037	1,5439	1,5867	1,6322	1,7341	1,7918	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,5524	2,8784
19		1,5002	1,5402	1,5827	1,6280	1,7291	1,7864	1,8495	2,0000	2,0930	2,2047	2,5395	2,8609
20		1,4970	1,5369	1,5791	1,6242	1,7247	1,7816	1,8443	1,9937	2,0860	2,1967	2,5280	2,8453
21		1,4942	1,5338	1,5759	1,6207	1,7207	1,7773	1,8397	1,9880	2,0796	2,1894	2,5176	2,8314
22		1,4916	1,5311	1,5730	1,6176	1,7171	1,7734	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,5083	2,8188
23		1,4893	1,5286	1,5703	1,6148	1,7139	1,7699	1,8316	1,9782	2,0687	2,1770	2,4999	2,8073
24		1,4871	1,5263	1,5679	1,6122	1,7109	1,7667	1,8281	1,9740	2,0639	2,1715	2,4922	2,7969
25		1,4852	1,5242	1,5657	1,6098	1,7081	1,7637	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,4851	2,7874
26		1,4834	1,5223	1,5636	1,6076	1,7056	1,7610	1,8219	1,9665	2,0555	2,1620	2,4786	2,7787
27		1,4817	1,5205	1,5617	1,6056	1,7033	1,7585	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,4727	2,7707
28		1,4801	1,5189	1,5600	1,6037	1,7011	1,7561	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,4671	2,7633
29		1,4787	1,5174	1,5583	1,6020	1,6991	1,7540	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,4620	2,7564
30		1,4774	1,5159	1,5568	1,6004	1,6973	1,7520	1,8120	1,9546	2,0423	2,1470	2,4573	2,7500
50		1,4620	1,4996	1,5394	1,5818	1,6759	1,7289	1,7870	1,9244	2,0086	2,1087	2,4033	2,6778
60		1,4582	1,4956	1,5352	1,5772	1,6706	1,7232	1,7808	1,9170	2,0003	2,0994	2,3901	2,6603
70		1,4555	1,4927	1,5321	1,5740	1,6669	1,7192	1,7765	1,9118	1,9944	2,0927	2,3808	2,6479
100		1,4507	1,4876	1,5267	1,5682	1,6602	1,7120	1,7687	1,9024	1,9840	2,0809	2,3642	2,6259
5000		1,4398	1,4760	1,5144	1,5550	1,6452	1,6957	1,7510	1,8812	1,9604	2,0543	2,3271	2,5768

Exemple : $\nu = 10$ d.l.l. $P(T_{10} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +2.2281$ et

$P(T_{10} \leq t) = 0.025 \Rightarrow t = -2.2281$

Approximation par une loi normale : pour $n = \nu \approx 5000$ d.l.l. on a :

$P(T_{5000} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = +1.96$

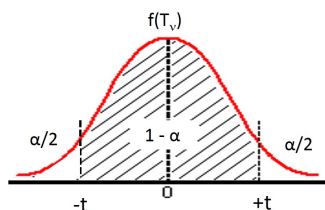


Table de la loi de Student - Symétrique

Fractiles symétriques de la loi de Student à v degrés de liberté

Valeur du fractile t ayant la probabilité α d'être dépassée en valeur absolue :

$$P(|T_v| > t) = 1 - P(|T_v| \leq t) = \alpha \quad ; \quad P(|T_v| \leq t) = P(-t \leq T_v \leq t) = 1 - \alpha.$$

$1 - \alpha$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.999
$v \quad \alpha$	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656	127.320	636.580
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.817	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	31.600
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.979	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	12.924
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.777	3.747	4.604	5.598	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.450	4.029	5.408
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355	3.833	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.670	4.781
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.813	2.228	2.764	3.169	3.581	4.587
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.081	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.696	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.080	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.373	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.625	2.977	3.326	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.132	2.603	2.947	3.286	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.584	2.921	3.252	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.540	2.861	3.174	3.883
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.533	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.320	1.714	2.069	2.450	2.807	3.104	3.768
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.707
27	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.660
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.646
50	0.126	0.255	0.388	0.528	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.496
60	0.126	0.255	0.387	0.527	0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.460
$+\infty$ N(0,1)	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.291

Exemples : $v = 10$ d.d.l.

$$P(|T_{10}| \leq t) = P(-t \leq T_{10} \leq t) = 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \quad ; \quad t = \pm 2.228$$

$$F(t) = P(T_{10} \leq t) = 0.95 = 1 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 1 - \alpha = 0.90 \quad ; \quad \alpha = 0.10 \quad ; \quad t = 1.813$$

$$P(T_{10} > t) = 0.05 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 1 - \alpha = 0.90 \quad ; \quad \alpha = 0.10 \quad ; \quad t = 1.813$$

$$F(t) = P(T_{10} \leq t) = 0.10 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 1 - \alpha = 0.80 \quad ; \quad \alpha = 0.20 \quad ; \quad t = -1.372$$

$$t = 1.093 \quad ; \quad P(|T_{10}| \leq 1.093) = 1 - \alpha = 0.70 \quad ; \quad \alpha = 0.30$$

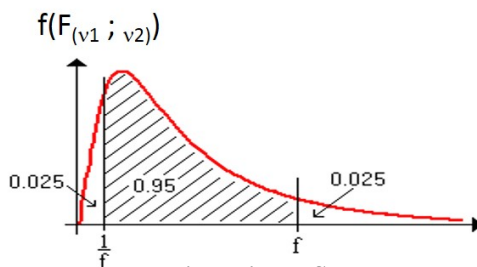


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(v_1; v_2)$ ayant la probabilité 2.5% d'être dépassée.

v_1 : degrés de liberté du numérateur v_2 : degrés de liberté du dénominateur

$$F(f) = P(F(v_1, v_2) \leq f) = 97.50\%$$

$v_2 \ v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.6	963.3	968.6	973.0	976.7	979.8	982.5
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.41	39.42	39.43
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.37	14.34	14.30	14.28
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.72	8.68
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.49	6.46
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.33	5.30
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.71	4.67	4.63	4.60
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.24	4.20	4.16	4.13
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.83	3.80
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.66	3.62	3.58	3.55
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.47	3.43	3.39	3.36
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.24	3.21
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.20	3.15	3.12	3.08
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.09	3.05	3.01	2.98
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.92	2.89
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.93	2.89	2.85	2.82
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.87	2.82	2.79	2.75
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.70
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.76	2.72	2.68	2.65
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72	2.68	2.64	2.60
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.68	2.64	2.60	2.56
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.62	2.57	2.53	2.50
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50	2.47
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.56	2.51	2.48	2.44
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.51	2.47	2.43	2.39
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.37
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.48	2.43	2.39	2.36
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34

Exemples : $v_1 = 5$ d.d.l. et $v_2 = 10$ d.d.l. $P(F_{97.5\% ; 5 ; 10} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 4.24$

$$P(F_{2.5\% ; 5 ; 10} \leq f') = 0.025$$

$$P(F_{97.5\% ; 10 ; 5} \leq f) = 0.975 \Rightarrow f = 6.62 \Rightarrow f' = \frac{1}{f} = \frac{1}{6.62} = 0.151$$

***** ○○○ *****

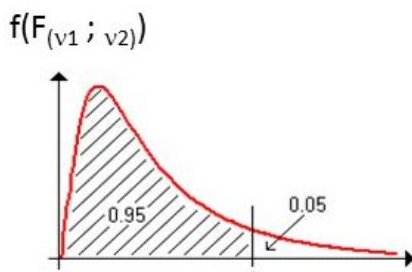


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(v_1; v_2)$ ayant la probabilité 5% d'être dépassée

v_1 : degrés de liberté du numérateur v_2 : degrés de liberté du dénominateur

$$F(f) = P(F(v_1, v_2) \leq f) = 95\%$$

$v_2 \ v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	242.98	243.90	244.69
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.04
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.02
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	2.00
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97

Exemples :

$$v_1 = 8 \text{ d.d.l. et } v_2 = 6 \text{ d.d.l.} \quad F(4.15) = P(F_{(8;6)} \leq 4.15) = 0.95$$

$$v_1 = 5 \text{ d.d.l. et } v_2 = 10 \text{ d.d.l.} \quad P(F_{(5;10)} \leq f) = F(f) = 0.95 \Rightarrow f = 3.33$$

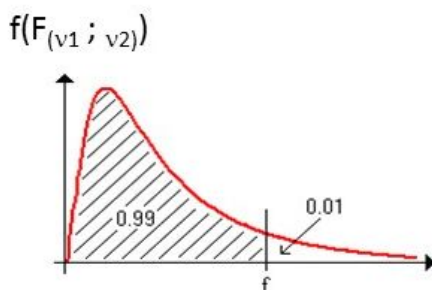


Table de la loi de Fisher-Snedecor

Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor $F(v_1; v_2)$ ayant la probabilité 1% d'être dépassée

v_1 : degrés de liberté du numérateur v_2 : degrés de liberté du dénominateur

$$F(f) = P(F(v_1, v_2) \leq f) = 99\%$$

$v_2 \setminus v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	4052	4999	5403	5624	5763	5858	5928	5980	6022	6055	6083	6106	6125	6143
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.41	99.42	99.42	99.43
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05	26.98	26.92
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37	14.31	14.25
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.96	9.89	9.82	9.77
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.01
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.12	3.07
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.07	3.02
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	3.02	2.97
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.94	2.89
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.90	2.86
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.87	2.82
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.84	2.79
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.81	2.77
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56

Exemples :

$$v_1 = 8 \text{ d.d.l. et } v_2 = 6 \text{ d.d.l.} \quad F(8.10) = P(F_{(8;6)} \leq 8.10) = 0.99$$

$$v_1 = 5 \text{ d.d.l. et } v_2 = 10 \text{ d.d.l.} \quad P(F_{(5;10)} \leq f) = F(f) = 0.99 \Rightarrow f = 5.64$$

Tables de Wilcoxon Echantillons indépendants

Test bilatéral

Tests Unilatéraux

m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$		m	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
6	0	*		6	2	*
7	2	*		7	2	*
8	3	0		8	5	*
9	5	1		9	8	2
10	8	3		10	10	4
11	10	5		11	13	7
12	13	9		12	17	9
13	17	9	$\tilde{m}$: la médiane de $X - Y$.	13	21	12
14	21	12	W_X la somme des rangs des différences positives.	14	25	15
15	25	15	Valeur critique w^* tel que : $P(W_X \leq w^*)$.	15	30	19
16	29	19	m : taille de l'échantillon de X, le plus petit échantillon.	16	35	23
17	34	23	n : taille de l'échantillon de Y, ($m \leq n$).	17	41	27
18	40	27	* indique que le test ne peut être significatif.	18	47	32
19	46	32		19	53	37
20	52	37		20	60	43
21	59	43		21	68	48
22	66	49		22	75	53
23	73	55		23	83	61
24	81	61		24	92	68
25	89	68		25	101	76

Test unilatéral
"risque à gauche"

$$\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} < 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x \leq w^*$

Test bilatéral

$$\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} \neq 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x \leq w^*$

***** ○○○ *****

Test unilatéral
"risque à droite"

$$\begin{cases} H_0 : \tilde{m} = 0 \\ H_1 : \tilde{m} > 0. \end{cases}$$

Rejet de H_0 si $W_x > w^*$

Table U de Mann-Whitney Echantillons indépendants

Valeurs seuils ou critiques - Test bilatéral : risque d'erreur $\alpha = 5\%$

m	n															
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14
5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6		5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8				13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9					17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10						23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11							30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12								37	41	45	49	53	57	61	65	69
13									45	50	54	59	63	67	72	76
14										55	59	64	67	74	78	83
15											64	70	75	80	85	90
16												75	81	86	92	98
17													87	93	99	105
18														99	106	112
19															113	119
20																127

m et n les tailles des échantillons indépendants ($m \leq n$)

Conclusion : Non Rejet de l'hypothèse nulle H_0 si la plus petite valeur des deux statistiques de test U_x et U_y (test bilatéral) : $\min(U_x, U_y) > u^$: valeur critique lue dans la table.*

***** ○○○ *****

Table de Wilcoxon Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques du T de Wilcoxon - Echantillons appariés.

α	5%	2.5%	1.0%	0.5%
α^*	10%	5%	2.0%	1.0%
n				
6	2	0		
7	2	2		
8	5	3		0
9	8	5	2	1
10	10	8	4	3
11	13	10	7	5
12	17	13	9	9
13	21	17	12	9
14	25	21	15	12
15	30	25	19	15
16	35	29	23	19
17	41	34	27	23
18	47	40	32	27
19	53	46	37	32
20	60	52	43	37
21	68	59	48	43
22	75	66	53	49
23	83	73	61	55
24	92	81	68	61
25	101	89	76	68

n : nombre de différences non nulles

α : Niveau de signification (test unilatéral)

α^* : Niveau de signification (test bilatéral)

Hypothèses statistiques : Test bilatéral symétrique

H_0 : les échantillons ont des distributions identiques

H_1 : les échantillons ont des distributions différentes.

Exemple : n = 12 , $\alpha^* = 5\%$ Test bilatéral

Rejet de H_0 si : $T = \min(T^+, T^-) \leq T_{\alpha^*} = 13$

Table du coefficient de corrélation des rangs de Spearman Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques r_S^* - Test bilatéral symétrique - $P(|R_S| > r_S^*) = \alpha$.

n	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 2\%$
5	1.000	1.000
6	0.886	0.943
7	0.786	0.893
8	0.738	0.833
9	0.700	0.783
10	0.648	0.745
11	0.618	0.709
12	0.587	0.671
13	0.560	0.648
14	0.538	0.622
15	0.521	0.604
16	0.503	0.582
17	0.485	0.566
18	0.472	0.550
19	0.460	0.535
20	0.447	0.520
21	0.435	0.508
22	0.425	0.496
23	0.415	0.486
24	0.406	0.476
25	0.398	0.466
26	0.390	0.457
27	0.382	0.448
28	0.375	0.440
29	0.368	0.433
30	0.362	0.425

n	Taille des échantillons
α	Niveau de signification
Type de test	Bilatéral
Exemple - Hypothèses statistiques :	Test bilatéral symétrique
$H_0 : R_S = 0$	Indépendance - Pas de corrélation
$H_1 : R_S \neq 0$	Dépendance - Corrélation.
Pour $n = 10$ $\alpha = 5\%$ $r_S^* = \pm 0.648$	Rejet de H_0 si $R_S \notin [-0.648, 0.648]$

Table du coefficient de corrélation des rangs de Spearman Echantillons dépendants - Appariés

Valeurs critiques r_S^* - Test unilatéral - $P(R_S < -r_S^*) = P(R_S > +r_S^*) = \alpha$.

n	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
4	1.000	
5	0.900	1.000
6	0.829	0.943
7	0.714	0.893
8	0.643	0.833
9	0.600	0.783
10	0.564	0.745
11	0.536	0.709
12	0.506	0.671
13	0.484	0.648
14	0.456	0.622
15	0.443	0.604
16	0.425	0.582
17	0.414	0.566
18	0.399	0.550
19	0.391	0.35
20	0.377	0.520
21	0.370	0.508
22	0.359	0.496
23	0.353	0.486
24	0.343	0.476
25	0.337	0.466
26	0.329	0.457
27	0.324	0.448
28	0.317	0.440
29	0.312	0.433
30	0.306	0.425

n	Taille des échantillons
α	Niveau de signification
Type de tests	Unilatéraux
Exemple - Hypothèses statistiques :	Test Unilatéral risque à droite
$H_0 : R_S = 0$	Indépendance - Pas de corrélation
$H_1 : R_S > 0$	Dépendance - Corrélation positive "attraction".
Pour $n = 10$ $\alpha = 5\%$	Rejet de H_0 si $R_S > r_S^* = +0.564$

Table du Kappa de Cohen
Degré d'accord et interprétation du coefficient

$\hat{\kappa}$	Accord
> 0.81	Excellent : Accord presque parfait
$[0.80 - 0.61]$	Bon : Accord fort
$[0.60 - 0.41]$	Modéré : Accord modéré
$[0.40 - 0.21]$	Médiocre : Accord faible
$[0.20 - 0.0]$	Mauvais : Accord très faible
< 0.0	Très mauvais : Désaccord